

# Perceptions des probabilités et régulation des risques

Sébastien Rouillon

Juillet 2005

Université de Bordeaux 4  
GRAPE-CEEP  
Avenue L. Duguit  
33 608 Pessac cedex  
+033 (0)5 56 84 25 85  
rouillon@u-bordeaux4.fr

Mots-clé : risque, responsabilité civile, régulation.

JEL : D82, K13, K32

**Résumé :** Cet article analyse les instruments de régulation des risques (responsabilité civile et réglementation), quand les agents ont une perception biaisée des probabilités (ils affectent un poids  $a p + b$  à un événement de probabilité  $p$ ). On obtient les résultats suivants. En information parfaite, les règles de responsabilité civile peuvent décentraliser l'état optimal, si le juge peut réclamer des dommages punitifs. S'il y a information imparfaite sur la manière dont les individus perçoivent les probabilités, seule la responsabilité pour faute parvient à ce résultat ; la responsabilité stricte échoue, du fait qu'il devient impossible de prévoir la réaction des individus à l'indemnité réclamée. S'il y a, de plus, information imparfaite *ex ante* sur le montant du préjudice, on montre que : la responsabilité pour faute est le seul instrument de premier rang ; la responsabilité stricte est un meilleur instrument que la réglementation si la façon dont les individus perçoivent les probabilités est suffisamment homogène et si la distribution des dommages des accidents est suffisamment dispersée, et inversement.

**Summary :** This article deals with risks regulation (tort law and safety regulation), assuming that the agents misperceive the probabilities (they use a weight  $a p + b$  to an event of probability  $p$ ). Our results are the following. Under perfect information, both strict and fault-based liability can implement the first best allocation, provided that the judge can use punitive damages if necessary. With imperfect information about the way agents perceive the probability, we prove that only fault-based liability can induce the first best ; strict liability fails because agents with heterogeneous perceptions of probabilities respond response to the damage. Assuming also an imperfect information *ex ante* about the damage, we show that: only fault-based liability is a first best instrument ; strict liability is better than safety regulation if the agents perceive the probability with sufficiently homogeneity and if the damages of accident are sufficiently dispersed, and conversely.

## 1) Introduction :

La littérature sur la régulation des risques définit trois instruments types, à savoir la réglementation, la responsabilité stricte et la responsabilité pour faute (Cf. le développement pour les définitions). Partant de là, le fil conducteur de cette réflexion est l'étude de leurs propriétés positives, i.e. leurs effets sur les comportements des agents dont l'activité occasionne potentiellement un accident, et normatives, i.e. leurs effets sur le surplus social des

activités en question, selon différents cadres d'hypothèses (distribution de l'information, accident unilatéral ou bilatéral, etc.).

Sans exception, tous ces travaux supposent une rationalité parfaite des agents potentiellement responsables. Par hypothèse, 1) ils connaissent parfaitement la relation liant les dépenses de précaution et la probabilité d'occurrence d'un accident et 2) ils déterminent, sans erreur, le niveau de précaution à mettre en œuvre, de manière à minimiser l'espérance de leur coût privé. Même pris comme des approximations, ces deux postulats sont certainement critiquables. Jolls et al. (1997) invitent à les dépasser, pour s'approcher des comportements réels des individus, afin de construire une approche comportementale de l'économie du droit (l'article s'intitule : « a behavioral approach to law and economics »).

Plusieurs arguments peuvent justifier la prise en compte d'une connaissance imparfaite de la technologie de réduction du risque par l'individu. Dans un premier temps, le responsable potentiel risque de manquer d'expérience quant à la technologie de réduction du risque d'accident, car elle n'entre pas dans son domaine d'activité habituel (i.e. la production de biens et de services). Ensuite, l'individu peut *a priori* mobiliser deux méthodes pour explorer la liaison technologique entre les mesures de précaution et la probabilité d'accident. L'une procède par expérimentation. Du fait de la nature aléatoire de la relation entre l'input (la précaution) et l'output (l'occurrence d'un accident), elle nécessite la répétition d'un grand nombre d'expériences, avant de délivrer une information utile. Pour cette raison, seul un effort de recherche long et/ou collectif est *a priori* capable de venir à bout de l'exploration de cette technologie. L'autre méthode procède par simulation. Sa mise en œuvre suppose l'existence préalable d'une base de connaissances génériques, transposables à la technologie concernée. Cette condition risque de n'être pas remplie, en particulier pour des risques touchant à la santé ou à l'environnement, pour lesquels il existe une forte incertitude. Finalement, une connaissance parfaite de la technologie paraît donc compromise à l'échelle individuelle.

Même en supposant une connaissance parfaite de la technologie de réduction des risques, on peut aussi douter de la capacité de l'individu à déterminer le niveau de précaution minimisant l'espérance de son coût privé. En effet, les expériences sur les choix risqués (Kahneman et Tversky, 1979) et certaines données empiriques (Zeckhauser et Viscusi, 1996 ; Lépine, 2003) prouvent l'existence d'anomalies systématiques dans la façon dont les individus perçoivent les risques et calculent les probabilités. En particulier, elles établissent les faits stylisés suivants : les individus surestiment les petites probabilités et sous-estiment les autres ; ils perçoivent plus sensiblement l'accroissement que la réduction du risque ; ils acceptent plus volontiers un risque choisi, que subi ; par excès d'optimisme, ils sous-estiment leur risque individuel, relativement aux autres individus, sans autre argument que la croyance non fondée dans le fait que le malheur n'arrive qu'aux autres ; etc.

Cet article reprend la question de la gestion des risques, en abandonnant l'hypothèse de rationalité parfaite. Pour simplifier, nous explorons seulement la seconde piste vue à l'instant (nous indiquons à la section 5, comment utiliser nos résultats pour traiter le thème de l'incertitude technologique). Précisément, nous supposons que les individus ont une perception biaisée des probabilités et qu'ils calculent le niveau de précaution à adopter conformément à celle-ci. Nous montrons les conséquences de cette hypothèse sur l'utilisation des règles de responsabilité civile. Nous cherchons si un tel biais peut être corrigé par le juge et, si oui, comment ? Finalement, en prenant en compte également la réglementation, nous donnons un classement des instruments, selon leur capacité à minimiser le coût social.

Dans la section 2, nous étudions l'effet de la responsabilité civile sur le comportement de précaution d'individus ayant un biais de perception des probabilités. Nous montrons que, si l'indemnité payée par le responsable est égale au préjudice subi par la victime, son comportement de précaution ne minimise pas le coût social, en général. Sous l'hypothèse d'information parfaite, en particulier sur la manière dont les individus déforment les probabilités, nous montrons comment le juge peut déterminer le montant de l'indemnité de dommages et intérêts pour inciter les responsables potentielles à adopter un comportement minimisant le coût social.

Les sections suivantes prolongent la réflexion en information imparfaite.

Dans la section 3, nous approfondissons en supposant que le juge a une information imparfaite sur la manière dont les individus perçoivent les probabilités. Nous montrons que la responsabilité stricte ne décentralise pas l'état optimal dans ce cas, du fait que les individus réagissent différemment à l'indemnité de dommage demandée. Par contre, la règle de responsabilité pour faute permet d'inciter les responsables potentielles à adopter le comportement efficace. La raison de la supériorité de cette règle sur la responsabilité stricte vient du fait qu'elle permet au juge un meilleur contrôle des mesures de précaution prises.

Dans la section 4, nous abordons la question de la comparaison de l'efficacité de la réglementation et de la responsabilité civile. En suivant l'hypothèse standard, nous supposons pour cela que le montant du préjudice n'est observable qu'après l'accident ; autrement dit, le régulateur est moins bien informé que le juge. Sous cette hypothèse, nous montrons que : la responsabilité pour faute domine toujours les autres instruments ; la responsabilité stricte est préférable à la réglementation lorsque l'incertitude du juge sur le biais de perception des probabilités est faible, comparée à l'incertitude du régulateur sur le montant du préjudice.

Dans la section 5, nous esquissons d'autres interprétations de nos résultats.

## **2) Responsabilité civile / Information parfaite :**

Dans cette section, nous analysons les conséquences des règles de responsabilité civile sur la prévention des risques, en supposant une information parfaite du tribunal. Nous décrivons d'abord le modèle utilisé. Il se démarque du modèle standard par la prise en compte d'un biais de perception des probabilités. En régime de responsabilité stricte et pour faute, nous étudions les conséquences de ce biais sur le comportement de précaution des agents potentiellement responsable d'un accident. On montre que le niveau de précaution appliqué n'est pas socialement optimal si le tribunal fixe le montant de l'indemnité égal au dommage. On détermine le montant d'indemnité permettant de décentraliser l'état optimal.

### **a) Le modèle :**

On considère un individu neutre vis-à-vis du risque, dont l'activité est susceptible de provoquer un accident. Sans mesures de précaution, la probabilité intrinsèque d'occurrence d'un accident est égale à  $P$ . Pour réduire la probabilité d'un accident de  $x$ , par rapport à la probabilité intrinsèque (la probabilité d'accident est donc  $P - x$ , avec  $x \leq P$ ), l'individu doit consentir des dépenses de précaution, dont le montant est donné par  $c(x)$ . On supposera que la fonction  $c(x)$  vérifie les hypothèses :

$$c(0) = c'(0) = 0 ; c'(x) > 0 ; c''(x) > 0.$$

L'occurrence d'un accident induit un préjudice pour des tiers, supposé évaluable en termes monétaires. On note  $h$  ce montant (avec  $h > 0$ ). On suppose, pour toute la suite, que le responsable potentiel connaît ce montant, avant de choisir les mesures de précaution.

Le modèle posé jusqu'ici est standard. Notre apport vient de la prise en compte d'un biais de perception des probabilités. Formellement, nous supposons qu'il existe une fonction de transformation psychologique des probabilités, notée  $q(p)$ , et que, si la probabilité d'occurrence d'un accident est  $p$ , l'individu lui substitue, pour déterminer son niveau de précaution, un poids  $q(p)$  dans sa fonction d'objectif.

Nous admettons, par la suite, que la fonction de transformation des probabilités  $q(p)$  vérifie les propriétés :

$$q(p) = a + b p ; a \geq 0 ; b \geq 0 ; 0 \leq a + b \leq 1.$$

Cette spécification linéaire est fréquente dans la littérature (Viscusi, 1995 ; Johansson-Stenman, 2003) et présente plusieurs avantages. D'une part, elle suffit pour représenter les faits les mieux établis par les expériences en laboratoire (Kahneman et Tversky, 1979) et les enquêtes empiriques sur la perceptions des risques (Zeckhauser et Viscusi, 1996 ; Lépine, 2003). En effet, si  $a > 0$  (et, par conséquent,  $b < 1$ ), elle implique une surestimation des probabilités faibles et une sous-estimation des probabilités fortes (on a  $q(p) > p$  pour  $p < a/(1 - b)$  et  $q(p) < p$  pour  $p > a/(1 - b)$ ). Par ailleurs, les données disponibles à l'heure actuelle ne suffisent pas pour justifier telle ou telle forme particulière.

Ensuite, la spécification linéaire simplifie la présentation des résultats. La perception psychologique du risque par l'individu se résume à la donnée des deux paramètres  $a$  et  $b$ , auxquels on peut donner un sens précis dans notre application. Le paramètre  $a$  représente le degré d'optimisme de l'individu. Précisément, si  $a < (1 - b) P$ , on a  $q(P) < P$  et l'individu a une attitude optimiste, au sens où il sous-évalue le risque intrinsèque d'accident. Le paramètre  $b$  reflète la sensibilité de l'individu aux modifications du risque. Précisément, si  $b < 1$ , l'individu a une attitude que l'on peut qualifier de fataliste, au sens où il sous-estime systématiquement sa capacité à réduire le risque d'accident. Ce type d'attitude serait fréquemment observé (Viscusi, 1991).

Enfin, un dernier avantage de la spécification linéaire ci-dessus est qu'elle est compatible avec d'autres interprétations de nos résultats (Cf. section 5).

Dans cette section, nous supposons que le tribunal dispose d'une information parfaite. Ainsi, il est censé connaître la fonction de coût  $c(x)$ , la fonction de transformation psychologique des probabilités  $q(p)$  et le montant du préjudice  $h$ . Cette hypothèse est abandonnée par la suite.

### **b) L'état optimal :**

L'objectif du régulateur est la minimisation du coût social, somme du coût de précaution et du dommage espéré :

$$c(x) + (P - x) h. \tag{1}$$

En supposant une solution intérieure, la condition du premier ordre :

$$c'(x) - h = 0, \tag{2}$$

détermine le niveau de précaution, qui, comme  $c(x)$  est convexe, minimise (1) <sup>(1)</sup>.

La condition (2) signifie que le coût social atteint un minimum quand le coût marginal des mesures de précaution est égal l'espérance marginal du dommage.

Pour tout  $h$ , tel que (2) admet une solution intérieure, soit  $x^*(h)$  cette solution (c'est la fonction réciproque de  $c'(x)$ ). On montre que :

$$(x^*)'(h) = 1/c''(x^*(h)) > 0,$$

ce qui implique que  $x^*(h)$  est croissant. Il est donc socialement optimal, sous les hypothèses posées, que les mesures de précaution augmentent avec le montant du préjudice.

### c) La responsabilité stricte :

Nous étudions ici le comportement de l'individu, soumis à un régime de responsabilité stricte. On note  $s$  l'indemnité qu'il doit payer en cas de responsabilité. Sa responsabilité est engagée dès que le tribunal prouve le lien entre son activité et l'occurrence d'un accident, indépendamment des mesures de précaution prises. On suppose ci-dessous que le lien est évident.

En l'absence de biais de perception, il suffit de réclamer une indemnité égale au montant du préjudice, i.e.  $s = h$ , pour inciter l'individu à appliquer le niveau de précaution optimal  $x^*(h)$  (Kaplow et Shavell, 2002). Ce résultat découle directement du constat que, à cette condition, le coût privé du responsable potentiel se confond avec le coût social (1).

Cette propriété ne tient pas s'il existe un biais de perception des probabilités, comme on va le montrer. En effet, si, lorsque la probabilité objective d'occurrence d'un accident est  $p$ , l'individu attribue un poids  $q(p)$  à cet événement, il perçoit un coût égal à :

$$c(x) + [a + b(P - x)]s, \quad (3)$$

et son problème est de déterminer le niveau de précaution  $x$  pour minimiser (3).

En supposant une solution intérieure, la condition du premier ordre s'écrit :

$$c'(x) - bs = 0. \quad (4)$$

Par définition de  $x^*(h)$ , la solution de (4) est  $x^*(bs)$ . Comme  $c(x)$  est convexe, elle minimise (3).

Par conséquent, le responsable minimise (3) quand il égalise le coût marginal des mesures de précaution et l'espérance marginale perçue de l'indemnité.

On tire les enseignements suivants de la condition (4).

*Proposition 1* : Comportement en responsabilité stricte et indemnité optimale :

i) Le comportement de précaution de l'individu ne dépend pas de sa perception du niveau de risque, i.e. du paramètre  $a$ , mais seulement de sa sensibilité aux modifications des probabilités, i.e. du paramètre  $b$  ;

ii) Si le tribunal réclame une indemnité égale au montant du préjudice, i.e. si  $s = h$ , le niveau de précaution appliqué par l'individu est trop faible par rapport à l'optimum social, i.e.  $x^*(bh) < x^*(h)$ , et ce d'autant plus que  $b$  est petit ;

---

<sup>(1)</sup> La solution est intérieure si, et seulement si,  $h$  est compris entre  $c'(0)$  et  $c'(P)$ .

iii) Le niveau de précaution appliqué par l'individu est optimal si, et seulement si, le tribunal réclame une indemnité  $s = h/b$ .

En effet, le premier point découle directement de (4). Le second utilise le fait que la fonction  $x^*(h)$  est strictement croissante. Le dernier point est immédiat.

Ainsi, si les individus déforment les probabilités, l'indemnisation du dommage n'incite pas à adopter les mesures de précaution optimales. Pour décentraliser l'état optimal, le tribunal doit compenser l'attitude fataliste de l'individu, en exigeant une indemnité égale au dommage  $h$ , pondérée un coefficient  $1/b$ , qui est l'inverse de la sensibilité du responsable à l'accroissement du risque. Si  $b < 1$ , l'indemnité est supérieure au dommage ; on parle de dommages et intérêts punitifs dans ce cas (Polinsky et Shavell, 1997).

### c) La responsabilité pour faute :

En responsabilité pour faute, l'individu paye l'indemnité  $s$ , si le tribunal fait le lien entre l'activité de l'agent et l'accident et s'il prouve l'existence d'une faute. La faute est formalisée comme la violation d'un standard légal de précaution, noté  $\underline{x}$  (Shavell, 1980).

En l'absence de biais de perception des probabilités, Kaplow et Shavell (2002) montre que, si le tribunal exige une indemnité égale au dommage, i.e.  $s = h$ , et définit un standard légal égal au niveau de précaution optimal, i.e.  $\underline{x} = x^*(h)$ , l'individu minimise son coût privé quand il respecte le standard <sup>(2)</sup>. Ces conditions suffisent donc à l'inciter à adopter le comportement qui minimise le coût social.

Considérons maintenant le cas d'un individu dont la perception des probabilités est biaisée. Si l'individu substitue à la probabilité  $p$  d'occurrence d'un accident un poids  $q(p)$ , il perçoit un coût égal à :

$$c(x) + [a + b(P - x)] s \text{ si } x < \underline{x}, c(x) \text{ sinon,} \quad (5)$$

et son problème est de déterminer  $x$  pour minimiser (5).

En posant le standard légal  $\underline{x} = x^*(h)$ , on montre que l'individu respecte la loi si, et seulement si, l'inégalité suivante est vraie :

$$c(x^*(bs)) + [a + b(P - x^*(bs))] s \geq c(x^*(h)). \quad (6)$$

En effet, si  $x < \underline{x}$ , l'agent, devant payer l'indemnité  $s$ , minimise son coût en appliquant le niveau de précaution  $x^*(bh)$ , qui est inférieur à  $x^*(h)$  ; son coût est alors donné par le membre de gauche de (6). Sinon, si  $x \geq \underline{x}$ , il applique le standard, pour minimiser son coût de précaution ; son coût est alors égal au membre de droite. Enfin, si l'inégalité (6) est vraie, on a, pour tout  $x < \underline{x}$  :

$$c(x) + [a + b(P - x)] s \geq c(x^*(bs)) + [a + b(P - x^*(bs))] s \geq c(x^*(h)).$$

La proposition suivante est le pendant de la proposition 1, pour la responsabilité pour faute.

*Proposition 2* : Comportement en responsabilité pour faute et indemnité optimale :

---

<sup>(2)</sup> En effet, d'un côté, si l'individu fait moins bien que le standard, i.e. si  $x < \underline{x}$ , il doit payer  $s = h$ , en cas d'accident, et on a vu, à la section précédente, que, face à ce risque, il minimise son coût en appliquant le niveau de précaution  $x^*(h)$  ; d'un autre côté, s'il veut respecter la loi, i.e. si  $x \geq \underline{x}$ , comme il est toujours coûteux de faire mieux que le standard, il se contente de l'appliquer. En fin de compte, dans tous les cas, le responsable gagne à appliquer le standard  $\underline{x} = x^*(h)$ .

i) Le paiement d'une indemnité égale au montant du préjudice, i.e.  $s = h$ , ne suffit pas toujours à inciter l'individu à suivre le standard légal : formellement, pour toute fonction de coût  $c(x)$ , il existe des valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  (suffisamment petites), telles que l'individu minimise (5) en appliquant le niveau de précaution  $x^*(bh) < x^*(h)$  ;

ii) Le paiement d'une indemnité punitive égale à  $s = h/b$  suffit pour inciter l'individu à suivre le standard légal.

Pour le point i), on note que, si  $a = b = 0$ , on a :  $x^*(bh) = 0$  et  $c(x^*(bh)) = 0$ . Il est alors immédiat que l'inégalité (6) est renversée. Par continuité, on trouve des valeurs de  $a$  et  $b$  positives, telles que l'inégalité (6) est fautive.

Pour le point ii), on vérifie directement que l'inégalité (6) est satisfaite si  $s = h/b$ .

Le point i) de la proposition 2 contredit donc la conclusion de Kaplow et Shavell (2002). Un individu optimiste et fataliste (caractérisé par des paramètres  $a$  et  $b$  suffisamment faibles) ne respecte pas le standard légal optimal si l'indemnité est égale au dommage. Il suffit que l'économie de coût, associée au fait de ne pas suivre le standard légal, soit suffisante (i.e., que la différence  $c(x^*(h)) - c(x^*(bh))$  soit suffisamment grande). Toutes choses égales par ailleurs, il est immédiat de montrer que ceci a d'autant plus de chances de se produire que  $c''(x)$  est petit.

### 3) Responsabilité civile / Information imparfaite :

A la section 2, on a montré que les deux règles de responsabilité sont équivalentes en information parfaite. En effet, sous certaines conditions (notamment celle d'abandonner le principe d'une indemnisation exacte du préjudice pour un dommage punitif), elles permettent de décentraliser l'état optimal. Nous éprouvons maintenant ce résultat, en supposant que le juge possède une information imparfaite sur la manière dont les individus perçoivent les probabilités. Nous aboutissons à la conclusion que la responsabilité pour faute permet de minimiser le coût social, pas la responsabilité stricte.

#### a) Première extension du modèle :

Nous rejetons l'hypothèse d'une information imparfaite du tribunal, au sujet de la perception des probabilités, en avançant les raisons suivantes.

Premièrement, il est contradictoire de supposer qu'un individu, ayant une perception biaisée, en soit conscient. En effet, si tel était le cas, notre hypothèse est qu'il corrigerait de lui-même ce biais, pour minimiser son coût espéré. Deuxièmement, il est improbable que tous les individus aient la même lecture des probabilités. Au contraire, il est raisonnable de croire que le biais de perception varie d'un individu à l'autre, en fonction de leurs caractéristiques économiques et/ou des efforts cognitifs de chacun <sup>(3)</sup>. Il découle de ces deux points, que l'hypothèse adoptée à la section 2, selon laquelle le tribunal connaît la façon dont un individu donne les probabilités, conduit à une contradiction.

Pour rendre compte de ces idées, nous adoptons le cadre stylisé suivant. Nous supposons que la population des individus potentiellement responsables d'accidents se décompose en deux groupes d'agents, indicés 0 et 1, selon leur perception des probabilités. Les individus du groupe 0 ont une perception correcte des probabilités. Les individus du groupe 1 ont une

---

<sup>(3)</sup> Dans l'exemple de la sécurité routière, on imagine même que la perception varie, pour un même individu, en fonction du contexte. En effet, les paramètres  $a$  et  $b$  peuvent aussi être influencés par l'état de fatigue, d'énervement, etc.

perception biaisée des probabilités, représentée par la fonction de transformation psychologique des probabilités  $q(p)$ . Le juge sait donc que, lorsque la probabilité d'un accident est  $p$ , les individus issus du premier groupe perçoivent  $p$  et ceux issus du second groupe perçoivent  $q(p)$ . Mais, aussi bien avant qu'après l'occurrence d'un accident, il est incapable de les distinguer. Il connaît seulement la proportion d'individus déformant les probabilités, donnée par la fréquence  $r$ , avec  $0 \leq r \leq 1$ .

Pour le reste, les individus sont supposés identiques. Ils partagent la même technologie de précaution, représentée par la fonction de coût des mesures de précaution  $c(x)$ , et provoquent des accidents de même ampleur, mesurée par le dommage  $h$ . Dans cette section, nous supposons que le régulateur connaît ces informations.

### **b) Responsabilité stricte :**

En responsabilité stricte, le tribunal, n'observant pas la façon dont le responsable perçoit les probabilités, doit se contenter de réclamer une même indemnité à tous, fonction seulement du montant du préjudice.

Son problème consiste donc à choisir une sanction  $s$ , pour minimiser le coût social :

$$(1 - r) (c(x_0) + (P - x_0) h) + r (c(x_1) + (P - x_1) h), \quad (7)$$

sous les contraintes d'incitation des individus de chaque groupe :

$$(C0) \ x_0 \text{ minimise } c(x_0) - (P - x_0) s,$$

$$(C1) \ x_1 \text{ minimise } c(x_1) - q(P - x_1) s.$$

Autrement dit, le régulateur fixe une sanction  $s$ , pour minimiser l'espérance du coût social, en anticipant le comportement des individus des groupes 0 et 1. Ces derniers minimisent leur coût espéré, égal à la somme des coûts des mesures de précaution et de leur perception de l'espérance de la sanction. En utilisant les résultats précédents, on sait qu'ils appliquent les niveaux de précaution  $x_0 = x^*(s)$  et  $x_1 = x^*(bs)$ , respectivement.

La résolution complète de ce problème est donnée en annexe A. Nous limitons ici la présentation aux résultats principaux. Nous notons  $s^*(h)$ , pour tout  $h$ , l'indemnité solution du problème (7) (en fonction du dommage  $h$ , pour anticiper sur les applications de ces résultats à la section 4). Remarquons aussi que ces conclusions reposent sur des hypothèses de convexité supplémentaires, explicitées en annexe uniquement.

*Proposition 3 :* Pour tout  $h$ , la sanction optimale  $s^*(h)$  est comprise entre  $h$  et  $h/b$ . Elle se confond avec  $h$  quand  $r = 0$ , tend uniformément vers  $h/b$  quand  $r$  augmente et se confond avec  $h/b$  quand  $r = 1$ .

Autrement dit, si la population est homogène (i.e. si  $r = 0$  ou  $r = 1$ ), le tribunal minimise le coût social (7) en appliquant, selon le cas, la sanction  $h$  ou  $h/b$ , afin de décentraliser l'optimum social dans le seul groupe présent dans la population. Sinon, du fait qu'il est contraint d'appliquer une indemnité unique, il doit rechercher un compromis. En effet, l'application d'une sanction  $h$ , d'un côté, décentralise l'état optimal dans le groupe 0, mais, de l'autre, induit une erreur dans le groupe 1 ; on a un résultat symétrique avec la sanction  $h/b$ . Le choix d'une indemnité intermédiaire, d'autant plus proche de  $h/b$  que la part du second groupe dans la population est grande, minimise donc (7).



Pour énoncer le résultat suivant, définissons  $S(h, r)$  le minimum du coût social (7), lorsque la sanction optimale  $s^*(h)$  est appliquée. On pose, pour tout  $h$  et tout  $r$  :

$$S(h, r) = (1 - r) (c(x_0^*) + (P - x_0^*) h) + r (c(x_1^*) + (P - x_1^*) h), \quad (8)$$

avec  $x_0^* = x^*(s^*(h))$  et  $x_1^* = x^*(b s^*(h))$ .

La proposition suivante décrit les propriétés de  $S(h, r)$ . La démonstration se trouve en annexe B.

*Proposition 4* : Le coût minimum  $S(h, r)$  est une fonction concave de  $r$ . Il atteint un minimum pour  $r = 0$  et  $r = 1$ , égal à  $c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h$ . Il existe  $\underline{r}$ , avec  $0 < \underline{r} < 1$ , tel que  $S(h, r)$  passe par un maximum pour  $r = \underline{r}$ , est croissant avant et décroissant après.

En termes plus parlants, cette proposition affirme que coût social (7) est minimum quand la population se compose d'individus d'un unique groupe, peu importe lequel. Sinon, il est croissant, approximativement, avec le degré d'hétérogénéité de la population. Cette liaison est approximative, du fait le seuil  $\underline{r}$  n'est pas, *a priori*, égal 1/2. Il s'ensuit que les autres facteurs interviennent, i.e. la technologie, la perception des probabilités et la distribution du dommage.

### c) Responsabilité pour faute :

En responsabilité pour faute, nous montrons directement, en utilisant les résultats de la section 2, que l'incapacité du tribunal à observer la façon dont les individus perçoivent les probabilités ne compromet en rien sa capacité à décentraliser l'optimum social.

En effet, supposons que le tribunal définisse le standard légal  $\underline{x} = x^*(h)$ . On sait que les individus du groupe 0, qui perçoivent correctement les probabilités, le respectent si l'indemnité en cas de responsabilité est (au moins) égale au dommage. La proposition 2 énonce que, si cette condition ne suffit pas pour les individus du groupe 1, du fait de leur perception biaisée des probabilités, une indemnité égale à  $h/b$  suffira. Par conséquent, en appliquant l'indemnité  $h/b$  à l'ensemble de la population, tous les individus appliquent le standard légal  $x^*(h)$ . Alors, le coût social (7) est minimum.

### d) Comparaison des règles de responsabilité :

La proposition suivante conclut cette section sur l'information imparfaite du juge au sujet de la perception des risques, en mettant en perspectives les résultats obtenus.

*Proposition 5* : Si le tribunal possède une information imparfaite sur la manière dont les agents perçoivent les risques, la responsabilité pour faute permet de décentraliser l'état optimal, pas la responsabilité stricte.

Ceci découle directement des résultats précédents.

Intuitivement, la responsabilité pour faute contraint plus les individus, du fait du contrôle exercé sur le niveau de précaution et, surtout, de la discontinuité introduite dans le coût privé du responsable. Pour cette raison, elle guide plus sûrement les comportements, malgré l'incertitude sur la manière dont les individus perçoivent les probabilités, que ne le fait la règle de responsabilité stricte. Si l'indemnité est dissuasive, les comportements sont parfaitement prévisibles, puisque tous suivent le standard.

#### 4) Réglementation versus responsabilité civile / Information imparfaite :

On oppose habituellement la réglementation et la responsabilité civile, comme moyens de prévention des risques (Shavell, 1984). La question est de savoir si ces instruments sont substitués ou compléments, sous différentes hypothèses. Nous abordons cette question dans cette section.

##### a) Seconde extension du modèle :

La réglementation des mesures de précaution est un instrument *ex ante*, consistant à définir un niveau de précaution réglementaire, à inspecter les individus concernés, pour contrôler leur conformité, et à sanctionner les contrevenants, en réclamant le paiement d'une amende.

Il est clair que, à la condition de posséder une information suffisante pour calculer le niveau de précaution optimale  $x^*(h)$ , le régulateur peut décentraliser l'état optimal, au moyen d'une réglementation des mesures de précaution. Il suffit de procéder à des inspections fréquentes et de punir les non conformités par une sanction dissuasive. Ceci vaut même si l'on admet, comme à la section précédente, que le régulateur a une information imparfaite sur la manière dont les individus traitent les probabilités. En effet, à condition d'augmenter suffisamment l'amende, pour compenser le biais de perception, il sera toujours possible de forcer les individus à suivre la norme réglementaire  $x^*(h)$ .

Cependant, cette conclusion part d'une hypothèse inhabituelle. Généralement, on admet que le régulateur est incapable de déterminer le standard optimal, par manque d'informations sur la technologie de précaution et/ou sur le préjudice. L'hypothèse communément retenue dans la littérature est que le montant du dommage  $h$  est une information privée, avant l'occurrence d'un accident, mais qui peut être observée, sans coût, après l'occurrence d'un accident. Le postulat est donc que le régulateur est moins bien informé que le juge.

Formellement, on traduit cette hypothèse de travail, en supposant que le régulateur connaît seulement, avant l'occurrence d'un accident, la distribution de  $h$  dans la population, représentée sous la forme d'une densité de probabilité  $\phi(h)$ , avec  $\phi(h) > 0$  si, et seulement si,  $\alpha \leq h \leq \beta$ .

Pour le reste, on maintient les hypothèses posées ci-dessus. Il y a incertitude sur la façon dont les individus perçoivent les probabilités et information parfaite sur la technologie.

##### b) Réglementation :

Comme la réglementation des mesures de précaution intervient avant l'occurrence de l'accident, le régulateur est contraint de définir un standard de précaution uniforme, applicable à tous les individus. A supposer que la probabilité d'une inspection et l'amende incitent les agents à respecter le standard réglementaire, le problème du régulateur consiste à fixer la norme  $\underline{x}$  pour minimiser le coût social espéré :

$$c(\underline{x}) + (P - \underline{x}) \underline{h},$$

en notant  $\underline{h}$  le dommage moyen :

$$\underline{h} = \int_{\alpha}^{\beta} h \phi(h) dh.$$

Une solution intérieure de ce problème vérifie la condition du premier ordre :

$$c'(\underline{x}) - \underline{h} = 0.$$

Autrement dit, le standard optimal est tel qu'il égalise le coût marginal de précaution et la moyenne du dommage espéré marginal. Il est défini par  $\underline{x} = x^*(h)$ . Il en résulte un coût social attendu, égal à :

$$R = c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h. \quad (9)$$

### c) Responsabilité civile :

Les conséquences de la responsabilité civile, dans le cadre présent, découlent directement des résultats de la section 3.

Concernant la responsabilité stricte, puisque le juge observe le montant du préjudice, après l'occurrence de l'accident, il applique la sanction  $s^*(h)$ , pour tout  $h$ , pour minimiser (7), sous les contraintes d'incitations (C0) et (C1). Il en résulte un coût social  $S(h, r)$ , pour tout  $h$  et tout  $r$ , défini par (8). Le coût social attendu de l'application de la règle de responsabilité stricte est donc égal à :

$$E[S(h, r)] = \int_{\alpha}^{\beta} (1 - r) (c(x_0^*) + (P - x_0^*) h) + r (c(x_1^*) + (P - x_1^*) h) \phi(h) dh, \quad (10)$$

avec, pour tout  $h$ ,  $x_0^* = x^*(s^*(h))$  et  $x_1^* = x^*(b s^*(h))$ .

Il découle alors de la proposition 4 le résultat suivant.

*Corollaire de la proposition 4* : L'espérance du coût social  $E[S(h, r)]$  atteint un minimum pour  $r = 0$  et  $r = 1$ , égal à :

$$\int_{\alpha}^{\beta} (c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h) \phi(h) dh.$$

Il existe  $\underline{r}$ , avec  $0 < \underline{r} < 1$ , tel que  $E[S(h, r)]$  passe par un maximum pour  $r = \underline{r}$ , est croissant avant et décroissant après.

En effet, pour tout  $h$  et pour tout  $r$ , on a montré que, si  $0 < r < 1$  :

$$S(h, r) > S(h, 0) = S(h, 1) = c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h.$$

Par ailleurs,  $E[S(h, r)]$  est une fonction concave de  $r$ , en tant que somme de fonctions concaves. Il découle de ces deux résultats qu'il existe une valeur de  $r$ , comprise entre 0 et 1, pour laquelle  $E[S(h, r)]$  atteint son maximum.

Concernant la responsabilité pour faute, puisque le tribunal observe le montant du préjudice  $h$ , après l'occurrence d'un accident, et connaît la technologie  $c(x)$ , il détermine le standard légal  $x^*(h)$ , pour tout  $h$ , et impose une indemnité suffisante pour forcer les individus à le respecter. Il s'ensuit qu'il décentralise l'état optimal, pour tout  $h$ . Le coût social attendu de l'application de la règle de responsabilité pour faute est donc égal à :

$$F = \int_{\alpha}^{\beta} (c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h) \phi(h) dh. \quad (14)$$

### e) Comparaison de la réglementation et de la responsabilité civile :

La proposition suivante conclut notre analyse des trois instruments de régulation des risques, dans l'hypothèse où les agents ont une information biaisée des probabilités.

*Proposition 6* : Sous les hypothèses informationnelles posées, la responsabilité pour faute décentralise l'état optimal, contrairement à la responsabilité stricte et à la réglementation. La responsabilité stricte est préférable à la réglementation, si la perception des probabilités est suffisamment homogène et le dommage est suffisamment dispersé, et inversement.

La démonstration de ce résultat est fournie à l'annexe C.

## 5) D'autres interprétations des résultats :

Nous avons privilégié, jusqu'ici, une interprétation du modèle et des résultats, centrée sur l'idée d'une perception biaisée des probabilités par une partie de la population. D'autres interprétations, plus standards, existent. Nous les énumérons maintenant.

### a) Probabilité de détection ( $a = 0$ et $b < 1$ ) :

Si on pose  $a = 0$  et si on interprète  $b$  comme la probabilité qu'un individu ayant occasionné un accident soit détecté, notre modèle est semblable à Shavell (1984) et Schmitz (2000) <sup>(4)</sup>.

Les travaux de Shavell et Schmitz comparent la réglementation et la responsabilité stricte, sous l'hypothèse d'information parfaite sur la probabilité de détection. Nous apportons donc, selon cette interprétation, un certain nombre de résultats originaux, qui sont énoncés dans les propositions 2 à 6. En particulier :

- sur la responsabilité pour faute, nous avons montré qu'une indemnisation du dommage risque d'être insuffisante pour induire une conformité au standard légal optimal (Cf. proposition 2) ;

- par l'introduction d'une information imparfaite sur  $b$ , nous avons généralisé le lemme 1 de Schmitz (Cf. proposition 3) et montré que la responsabilité stricte ne décentralise pas l'état optimal sous cette hypothèse (Cf. proposition 4) ;

- plus généralement, nous avons montré que la responsabilité pour faute est le meilleur instrument si la probabilité de détection des responsables est hétérogène (Cf. propositions 5 et 6).

### b) Actualisation et délai judiciaire ( $a = 0$ et $b < 1$ ) :

A notre connaissance, la littérature admet toujours que les mesures de précaution, l'accident et le paiement de l'indemnité sont simultanés. L'abandon de cette hypothèse de travail ouvre de nouvelles pistes de recherche originales. Le modèle utilisé ici peut s'adapter facilement dans ce sens.

En effet, supposons, pour simplifier, que les mesures de précaution et l'accident restent simultanés, mais que le paiement de l'indemnité est retardé, en raison de l'encombrement des tribunaux. Par exemple, les mesures de précaution et l'accident ont lieu à la date 0 et le jugement est prononcé et exécuté à la date 1.

Pour adapter notre modèle à ce cas, posons  $a = 0$ , interprétons  $b$  comme le taux d'actualisation du responsable et définissons  $\delta$  le taux d'actualisation social.

Du fait que les dépenses de précaution et l'accident sont simultanés, le coût social s'écrit :

$$c(x) + (P - x) h,$$

et est minimum pour  $x = x^*(h)$ .

Le coût privé du responsable s'écrit :

$$c(x) + (P - x) b s,$$

---

<sup>(4)</sup> Shavell (1984) et Schmitz (2000) introduisent une hypothèse supplémentaire, selon laquelle la richesse des individus est limitée et, pour certains, inférieure au montant du préjudice.

du fait qu'il paye l'indemnité  $s$  une période après les dépenses de précaution. Il est minimum pour  $x = x^*(bs)$ .

Supposons que le taux d'actualisation du responsable et le taux d'actualisation social sont égaux :  $b = \delta$ . Dans ce cas, on montre directement qu'il suffit de fixer l'indemnité  $s^*(h) = h/\delta$ , c'est-à-dire de demander l'indemnisation des dommages et des intérêts perdus, pour décentraliser l'état optimal en responsabilité stricte. En effet, si  $b = \delta$ , on a :  $b s^*(h) = b h/\delta = h$  et  $x^*(b s^*(h)) = x^*(h)$ .

Si le marché financier est imparfait, le taux d'actualisation individuel  $b$  varie d'un responsable à l'autre, en fonction de sa richesse, de son risque de faillite, etc. Il n'est alors plus possible de décentraliser l'état optimal en responsabilité stricte, du fait que, pour une même indemnité, les individus adopteront des mesures de précaution différentes. Et tous les résultats énoncés ci-dessus s'appliquent.

### c) Incertitude technologique ( $a = 0$ et $b > 0$ ) :

Une dernière interprétation du modèle permet de formaliser le cas où le juge a une meilleure information que les individus sur la technologie de réduction des risques.

Ainsi, supposons que  $a = 0$  et que les individus ont une croyance *a priori* sur la technologie de réduction du risque, sous la forme d'une distribution de probabilité sur le paramètre  $b$ . Supposons, par ailleurs, qu'ils reçoivent, avant de décider le montant de leurs dépenses de précaution, un signal aléatoire, corrélé à la technologie de réduction du risque. La réception de ce signal leur permet d'affiner leurs croyances sur la technologie et, après révision, chaque individu anticipe qu'une dépense de précaution  $c(x)$  produit une réduction de la probabilité d'accident égale à  $bx$ , où  $b$  dépend des croyances initiales et du signal reçu. Finalement, supposons que le juge et le régulateur, par le concours d'experts, bénéficient d'une information parfaite sur la technologie ; ils savent qu'une dépense de précaution  $c(x)$  réduit la probabilité d'occurrence d'un accident de  $x$ . Par contre, ils ignorent la valeur du paramètre  $b$ , utilisée par chaque individu. De leur point de vue, ce paramètre est une variable aléatoire.

Le modèle développé plus haut s'adapte facilement pour analyser cette situation, en admettant, pour simplifier, qu'une partie des individus sous-estime l'efficacité des dépenses de précaution ( $b < 1$ ) et que l'autre partie la surestime ( $b > 1$ ). Si le juge et le régulateur connaissent la distribution de probabilité sur ce paramètre, on peut appliquer, après quelques ajustements mineurs, les résultats précédents.

## ANNEXES

### Annexe A : Démonstration de la proposition 3

Le problème du juge est de trouver l'indemnité  $s$ , pour minimiser :

$$(1 - r) (c(x_0) + (P - x_0) h) + r (c(x_1) + (P - x_1) h), \quad (7)$$

sous les contraintes d'incitation :

$$(C0) x_0 \text{ minimise } c(x_0) - (P - x_0) s,$$

$$(C1) x_1 \text{ minimise } c(x_1) - q(P - x_1) s.$$

#### \* Réduction des contraintes du problème :

Pour tout  $x$ , soit  $g(x)$ , la fonction définie implicitement par :

$$c'(g(x)) - b c'(x) = 0.$$

On montre que la contrainte du problème s'écrit :

$$x_1 - g(x_0) = 0. \quad (A1)$$

En effet, en utilisant les résultats de la section 2), on sait que les individus minimisent leur coût lorsqu'ils égalisent leur coût marginal de précaution à l'espérance marginale perçue de la sanction. Les niveaux de précaution vérifient donc :

$$c'(x_0) - s = 0,$$

$$c'(x_1) - b s = 0.$$

On peut utiliser la première égalité, pour éliminer  $s$  de la seconde. Alors, on se ramène à une contrainte unique, liant directement les niveaux de précaution  $x_0$  et  $x_1$  :

$$c'(x_1) - b c'(x_0) = 0.$$

Ceci prouve le résultat.

Pour la suite, il est utile de donner quelques propriétés de la liaison entre les deux niveaux de précaution. On montre que :

$$g(x) < x \text{ (car } c'(x) \text{ est croissant) ;}$$

$$g'(x) = b c''(x)/c''(g(x)) > 0.$$

#### \* Conditions nécessaires d'optimalité :

L'étude des contraintes montre que le problème du régulateur revient à choisir directement  $x_0$  et  $x_1$ , pour minimiser (7), sous la contrainte (A1).

En notant  $\lambda$  le multiplicateur associé à (A1), le Lagrangien du problème du régulateur s'écrit :

$$L = (1 - r) (c(x_0) + (P - x_0) h) + r (c(x_1) + (P - x_1) h) - \lambda (x_1 - g(x_0)).$$

Si  $x_0^*$  et  $x_1^*$  sont solutions du problème, ils vérifient la contrainte (A1) et les conditions :

$$(1 - r) (c'(x_0^*) - h) + \lambda g'(x_0^*) = 0, \quad (A2)$$

$$r (c'(x_1^*) - h) - \lambda = 0. \quad (A3)$$

#### \* Propriétés de la solution optimale :

Les conditions (A2) et (A3) sont équivalentes à :

$$(1 - r) (c'(x_0^*) - h) + r (c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*) = 0. \quad (A4)$$

Si  $r = 0$ , ceci implique que :  $x_0^* = x^*(h)$ , pour tout  $h$ , en prenant  $x_1^*$  pour satisfaire (A1).

Si  $0 < r < 1$ , on montre, avec (A1) et (A4), que :  $x_1^* < x^*(h) < x_0^*$ . En effet, la contrainte (A1) implique que  $x_1^* = g(x_0^*) < x_0^*$  et, comme  $c'(x)$  est croissante,  $c'(x_1^*) < c'(x_0^*)$ . Et,

sachant que  $g'(x) > 0$ , pour tout  $x$ , l'égalité (A4) implique que  $(c'(x_1^*) - h) < 0 < (c'(x_0^*) - h)$ . L'inégalité  $x_1^* < x^*(h) < x_0^*$  découle alors de la définition de  $x^*(h)$  (i.e.  $c'(x^*(h)) = h$ ).

Si  $r = 1$ , la condition (A4) implique que :  $x_1^* = x^*(h)$ , pour tout  $h$ , en prenant  $x_0^*$  pour satisfaire (A1).

**\* Conditions suffisantes d'optimalité :**

Si  $c''(x)$  est dérivable, de dérivée  $c'''(x)$ , la dérivée de  $g'(x)$  est définie et égale à :

$$g''(x) = b [c'''(x) c''(g(x)) - c''(x) c'''(g(x)) g'(x)] / [c''(g(x))]^2.$$

Sous cette hypothèse, on peut donner une condition suffisante d'optimalité locale de la solution déterminée ci-dessus, à partir du système suivant :

$$\begin{aligned} [(1-r) c''(x_0^*) + \lambda g''(x_0^*)] dx_0^* + 0 dx_1^* + g'(x_0^*) d\lambda &= (c'(x_0^*) - h) dr + (1-r) dh, \\ 0 dx_0^* + r c''(x_1^*) dx_1^* - 1 d\lambda &= -(c'(x_1^*) - h) dr + r dh, \\ g'(x_0^*) dx_0^* - 1 dx_1^* + 0 d\lambda &= 0, \end{aligned}$$

formé des différentielles des équations (A1), (A2) et (A3). Il suffit que le déterminant de la matrice Hessienne bordée, formée des coefficients du membre de gauche du système, soit négatif :

$$\det(A) = -(1-r) c''(x_0^*) - r c''(x_1^*) (g'(x_0^*))^2 - \lambda g''(x_0^*) < 0,$$

avec  $\lambda = r (c'(x_1^*) - h) < 0$  du fait de (A3). Sachant que  $c''(x) > 0$  pour tout  $x$ , cette condition est remplie si la dérivée  $g''(x)$  est suffisamment petite, soit si la dérivée  $c'''(x)$  est suffisamment petite, pour tout  $x$ . Nous supposons que cette condition est satisfaite ci-dessous.

**Remarque :** On montre que si  $c(x)$  est homogène de degré  $\sigma + 1$ , la contrainte (A1) s'écrit  $g(x) = b^{1/\sigma} x$ . En effet, si  $c(x)$  est homogène de degré  $\sigma + 1$ ,  $c'(x)$  est homogène de degré  $\sigma$  et on a, pour tout  $t$ ,  $c'(tx) = t^\sigma c'(x)$ . Il s'ensuit que :  $c'(g(x)) = b c'(x)$  si, et seulement si,  $g(x) = b^{1/\sigma} x$ . Comme  $g(x)$  est linéaire, le problème de minimisation de la fonction objectif (7) sous la contrainte (A1) est convexe et les conditions (A2) et (A3) sont des conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité globale.

**\* Propriétés de statique comparative :**

En utilisant la règle de Cramer sur le système précédent, on obtient :

$$\begin{aligned} \det(A) dx_0^* &= [(c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*) - (c'(x_0^*) - h)] dr - [(1-r) + r g'(x_0^*)] dh, \\ \det(A) dx_1^* &= g'(x_0^*) \{ [(c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*) - (c'(x_0^*) - h)] dr - [(1-r) + r g'(x_0^*)] dh \}, \\ \text{où } \det(A) &= -(1-r) c''(x_0^*) - r c''(x_1^*) (g'(x_0^*))^2 - \lambda g''(x_0^*). \end{aligned}$$

En remarquant, avec la condition (A4), que :

$$(c'(x_0^*) - h) - (c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*) = (c'(x_0^*) - h)/r = -(c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*)/(1-r)$$

on écrit, après substitution :

$$\begin{aligned} \det(A) dx_0^* &= -[(c'(x_0^*) - h)/r] dr - [(1-r) + r g'(x_0^*)] dh, \\ \det(A) dx_1^* &= [(g'(x_0^*))^2 (c'(x_1^*) - h)/(1-r)] dr - g'(x_0^*) [(1-r) + r g'(x_0^*)] dh. \end{aligned}$$

Ceci permet de conclure directement sur le sens de variation de  $x_0^*$  et  $x_1^*$ , en fonction de  $h$  et  $r$ . La condition du second ordre implique que :  $\det(A) < 0$ . Sachant que  $g'(x_0^*) > 0$ , on a  $(1-r) + r g'(x_0^*) > 0$ , de sorte que  $x_0^*$  et  $x_1^*$  sont croissants en  $h$ . Sachant  $(c'(x_0^*) - h) > 0$ ,  $x_0^*$  est croissant en  $r$ . Sachant que  $(c'(x_0^*) - h)$  et  $(c'(x_1^*) - h)$  sont de signes contraires, du fait de (A4), on a le même résultat pour  $x_1^*$ .

**\* Démonstration de la proposition 3 :**

La sanction optimale  $s^*(h)$ , pour tout  $h$ , vérifie les conditions du premier ordre, associées aux problèmes de minimisation des coûts des individus, pour tout  $h$  :

$$c'(x_0^*) - s^*(h) = 0, \quad (\text{A5})$$

$$c'(x_1^*) - b s^*(h) = 0. \quad (\text{A6})$$

Si  $r = 0$ , on a vu que  $x_0^* = x^*(h)$ , pour tout  $h$ . En substituant dans (A5) et sachant que  $c'(x^*(h)) = h$ , on conclut directement que  $s^*(h) = h$ , pour tout  $h$ .

Si  $0 < r < 1$ , on a vu que  $x_1^* < x^*(h) < x_0^*$ . On en déduit que  $s^*(h)$  est toujours compris entre  $h$  et  $h/b$ . En effet, si  $s^*(h) \leq h$ , la condition (A5) implique que  $x_0^* \leq x^*(h)$ . Si  $s^*(h) \geq h/b$ , elle implique que  $x_1^* \geq x^*(h)$ . Dans les deux cas, on a une contradiction.

Si  $r = 1$ , on a vu que  $x_1^* = x^*(h)$ , pour tout  $h$ . En substituant dans (A6) et sachant que  $c'(x^*(h)) = h$ , il vient directement que  $s^*(h) = h/b$ , pour tout  $h$ .

Il reste à montrer que la sanction optimale  $s^*(h)$  tend uniformément vers  $h/b$  quand  $r$  augmente. Or, on a vu que  $x_0^*$  est croissant avec  $r$ . Comme  $c'(x)$  est croissant, la condition du premier ordre (A5) implique que  $x_0^*$  et  $s^*(h)$  ont même sens de variation. Donc, pour tout  $h$ ,  $s^*(h)$  augmente avec  $r$ .

### Annexe B : Démonstration de la proposition 4

Pour tout  $h$  et tout  $r$ , soit :

$$S(h, r) = (1 - r) (c(x_0^*) + (P - x_0^*) h) + r (c(x_1^*) + (P - x_1^*) h),$$

le minimum de la fonction objectif (7) sous les contraintes d'incitation (C0) et (C1), obtenu en appliquant la solution optimale  $x_0^* = x^*(s^*(h))$  et  $x_1^* = x^*(b s^*(h))$ .

En utilisant les propriétés de la solution optimale (cf. annexe 1), on sait que :

$$S(h, 0) = S(h, 1) = c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h.$$

$$S(h, r) > c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h, \text{ pour tout } r, \text{ tel que } 0 < r < 1.$$

Pour préciser la relation entre le coût social minimum et l'hétérogénéité de la population, étudions la dérivée partielle de la fonction  $S(h, r)$ , par rapport à  $r$ . On a :

$$\begin{aligned} \partial S(h, r)/\partial r &= [(c(x_1^*) - x_1^* h) - (c(x_0^*) - x_0^* h)] \\ &+ [(1 - r) (c'(x_0^*) - h) dx_0^*/dr + r (c'(x_1^*) - h) dx_1^*/dr]. \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

Du fait que  $x_0^*$  et  $x_1^*$  sont liés par la contrainte (A1) et vérifient (A4), on a :

$$\begin{aligned} g'(x_0^*) dx_0^*/dr - dx_1^*/dr &= 0, \\ (1 - r) (c'(x_0^*) - h) + r (c'(x_1^*) - h) g'(x_0^*) &= 0, \end{aligned}$$

ce qui implique que le second terme entre crochets de (A7) s'annule. Par conséquent, on a :

$$\partial S(h, r)/\partial r = (c(x_1^*) - x_1^* h) - (c(x_0^*) - x_0^* h).$$

Étudions, maintenant, le signe de cette dérivée partielle. On veut montrer qu'il existe un seuil  $\underline{r}$ , avec  $0 < \underline{r} < 1$ , tel que  $\partial S(h, r)/\partial r > 0$  pour  $r < \underline{r}$ ,  $\partial S(h, r)/\partial r = 0$  pour  $r = \underline{r}$  et  $\partial S(h, r)/\partial r < 0$  pour  $r > \underline{r}$ .

Si  $r = 0$ , on a :  $x_0^* = x^*(h)$  et  $x_1^* \neq x^*(h)$ . Comme  $x^*(h)$  minimise  $c(x) - x h$ , il vient immédiatement que :  $\partial S(h, r)/\partial r > 0$ .

Si  $r = 1$ , on a :  $x_0^* \neq x^*(h)$  et  $x_1^* = x^*(h)$ . Comme  $x^*(h)$  minimise  $c(x) - x h$ , il vient immédiatement que :  $\partial S(h, r)/\partial r < 0$ .

Par ailleurs, on montre que  $\partial S(h, r)/\partial r$  est une fonction continue et décroissante de  $r$ . En effet, la dérivée seconde de  $S(h, r)$  par rapport à  $r$  a pour expression :



$$\partial S^2(h, r)/\partial r^2 = (c'(x_1^*) - h) dx_1^*/dr - (c'(x_0^*) - h) dx_0^*/dr.$$

Sachant que :

$$\begin{aligned} dx_0^*/dr &= - [(c'(x_0^*) - h)/r]/\text{dét}(A), \\ dx_1^*/dr &= [(g'(x_0^*))^2 (c'(x_1^*) - h)/(1 - r)]/\text{dét}(A), \end{aligned}$$

on obtient :

$$\partial S^2(h, r)/\partial r^2 = [(c'(x_0^*) - h)^2/r + (g'(x_0^*))^2 (c'(x_1^*) - h)^2/(1 - r)]/\text{dét}(A).$$

En tant que somme de carrés, le terme entre crochets est positif ou nul. Comme la contrainte (A1) implique que  $x_0^* = x_1^* = x^*(h)$  est impossible, au moins un des termes  $(c'(x_0^*) - h)$  et  $(c'(x_1^*) - h)$  est différent de 0 et, comme  $\text{dét}(A) < 0$ , il vient que  $\partial S^2(h, r)/\partial r^2 < 0$ .

Il s'ensuit que  $\partial S(h, r)/\partial r$  est une fonction continue et décroissante en  $r$ , positive pour  $r = 0$  et négative pour  $r = 1$ . Il existe donc  $\underline{r}$ , avec  $0 < \underline{r} < 1$ , défini par  $\partial S(h, \underline{r})/\partial r = 0$ , tel que  $\partial S(h, r)/\partial r$  est positif avant et négatif après. Il en découle que  $S(h, r)$  passe par un maximum pour  $r = \underline{r}$ , est croissant avant et décroissant après.

### Annexe C : Démonstration de la proposition 6

Il s'agit de comparer le coût social (minimum) de la règle de responsabilité stricte :

$$E[S(h, r)] = \int_{\alpha}^{\beta} S(h, r) \phi(h) dh,$$

et le coût social (minimum) de la réglementation des mesures de précaution :

$$R = c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h.$$

En choisissant une distribution  $\phi(h)$  suffisamment concentrée autour de la moyenne  $\underline{h}$ , le coût social  $R$  peut être rendu arbitrairement proche du coût social minimum de premier rang :

$$\int_{\alpha}^{\beta} (c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h) \phi(h) dh.$$

En particulier, il est toujours possible de trouver une distribution  $\phi(h)$ , de moyenne  $\underline{h}$ , telle que :

$$E[S(h, \underline{r}')] < R < \int_{\alpha}^{\beta} (c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h) \phi(h) dh.$$

Alors, sachant que :

$$E[S(h, 0)] = E[S(h, 1)] = \int_{\alpha}^{\beta} (c(x^*(h)) + (P - x^*(h)) h) \phi(h) dh$$

et du fait des propriétés (de continuité et de concavité) de  $E[S(h, r)]$ , il existe  $r_0$  et  $r_1$ , avec  $r_0 < r_1$ , telles que la responsabilité stricte et la réglementation sont équivalentes :

$$E[S(h, r_0)] = E[S(h, r_1)] = R.$$

Partant de cette situation, on augmente le coût de la responsabilité stricte en choisissant  $r$  entre  $r_0$  et  $r_1$  et on augmente le coût de la réglementation en choisissant une distribution  $\phi(h)$  plus dispersée, et inversement. Ceci prouve la proposition.

### Bibliographie

Johansson-Stenman O. (2003), « Should policy be concerned with objective or subjective risks ? », Working Papers in economics N°93, Department of Economics, Göteborg University.

Jolls C. C.R. Sunstein et R. Thaler (1998), « A Behavioral Approach to Law and Economics », *Stanford Law Review*, 50(5), pp. 1471-1550.

Kaplow L. et S. Shavell (2002), « Economic analysis of law », in *Handbook of Public Economics*, Volume 3, Alan J. Auerbach and Martin Feldstein (editors), Elsevier, 2002, pages 1661-1784.

Kahneman D. et A. Tversky (1979), « Prospect theory : an analysis of decision under risk », *Econometrica*, 47(2), pp. 263-291.

Lépine N. (2003), « Les conducteurs automobiles évaluent-ils correctement leur risque de commettre un accident ? », Document de travail, GREMAQ, Université de Toulouse 1.

Polinsky A.M. et S. Shavell (1997), « Punitive damages », *The New Palgrave Dictionary of Economics and the Law*.

Schmitz P.W. (2000), « On the joint use of liability and safety regulation », *International Review of Law and Economics*, 20, pp. 371-382.

Shavell S. (1980), « Strict liability versus negligence », *Journal of Legal Studies*, 9(1), pp. 1-25.

Shavell S. (1984), « A model of optimal use of liability and safety regulation », *Rand Journal of Economics*, 15(2), pp. 271-280.

Viscusi W.K. (1995), « Government action, biases in risk Perception, and insurance decisions », p. 93-110, dans Gollier C. et M. Machina, *Non-Expected Utility and Risk Management*, Kluwer Academic Publisher, 1995.

Viscusi W.K. (1991), « Risk perception in regulation, tort liability, and the market », *Regulation (Cato Review of Business and Government)*, 14(4).

Zeckhauser R.J. et W.K. Viscusi (1996), « The risk management dilemma », *Annals of the American Academy of Political and Social Science*, 545, pp. 144-155.