TD4 - L'EQUILIBRE PARTIEL

Les exercices suivants sont consacrés au modèle d'équilibre partiel. On considère donc une économie comportant deux biens, I consommateurs et J producteurs. Le bien 1 s'interprète comme le numéraire de l'économie. On étudie alors l'offre et la demande sur le marché du bien 2. On pose $p_1 = 1$ et $p_2 = p$. Les préférences des consommateurs sont représentées par des fonctions d'utilité quasi-linéaires de la forme $U^i(a_i, x_i) = a_i + v_i(x_i)$, $i = 1, 2, ..., I$. Les technologies des entreprises sont représentées par des fonctions de coût $C_j(y_j)$, $j = 1, 2, ..., J$.

Exercice 4.1*. Soit un consommateur, caractérisé par sa fonction d'utilité quasi-linéaire

$$U(a, x) = a + \ln(x).$$

a) Déterminer l'équilibre de ce consommateur, en notant R son revenu.

On étudie maintenant la demande du consommateur sur le marché 2.

b) Calculer et représenter graphiquement sa fonction de demande (inverse).

On suppose maintenant qu'il y a I consommateurs identiques sur le marché (même fonction d'utilité que ci-dessus). On étudie la demande globale sur le marché 2.

c) Déterminer la fonction de demande (inverse) sur le marché.

Exercice 4.2*. On considère le cas de deux consommateurs, dont les fonctions d'utilité sont

$$\begin{aligned} U^1(a_1, x_1) &= a_1 + (2 - x_1)x_1, \\ U^2(a_2, x_2) &= a_2 + (1 - x_2)x_2. \end{aligned}$$

a) Déterminer les fonctions de demande (inverses) des deux consommateurs.

b) Construire graphiquement la fonction de demande globale (inverse).

c) Donner l'expression de la fonction de demande globale (inverse).

d) Calculer le surplus des consommateurs sur le marché, en fonction du prix p et de la quantité x.

Exercice 4.3*. Soit un producteur, caractérisé par la fonction de coût $C(y) = y^3 - y^2 + y$.

a) Représenter, sur deux graphiques superposés, les courbes de coûts total, moyen et marginal. Justifier et commenter.

b) Déterminer la fonction d'offre (inverse) de l'entreprise.

On suppose maintenant qu'il y a J producteurs identiques sur le marché (même fonction de coût que ci-dessus). On étudie l'offre globale sur le marché.

c) Déterminer la fonction d'offre (inverse) sur le marché.

Exercice 4.4*. On considère une situation initiale ($p = 1$ et $x = 1/2$) et une situation finale ($p = 3/2$ et $x = 1/6$).

a) En supposant une fonction de demande du consommateur linéaire, donner une approximation de la réduction du surplus du consommateur associée à l'augmentation du prix du bien.

b) Evaluer la réduction du surplus en connaissant la fonction de demande du consommateur $x = 1/p - 1/2$.

Exercice 4.5*. Soit un producteur, produisant le bien 3 à partir des biens 1 et 2 utilisés comme inputs, caractérisé par la technologie : $y_3 = z_1^{1/2} z_2^{1/3}$.

a) Déterminer la combinaison (z_1^*, z_2^*) pour produire la quantité $y_3 = y$ donnée au moindre coût.

b) En déduire l'expression du sentier d'expansion de l'entreprise (i.e. la relation liant z_1^* et z_2^*, quand y varie). En faire la représentation graphique.

c) Déterminer la fonction de coût du producteur, notée $C(y)$.

d) Calculer le coût marginal du producteur, noté Cm. Faire le lien avec le multiplicateur de Lagrange λ.

Exercice 4.6. Soit une entreprise caractérisée par la fonction de production : $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2} - 1$ si $z_1 z_2 \geq 1$, $= 0$ sinon, où y désigne la production, et z_1 et z_2 sont les quantités des facteurs de production. Le facteur 1 est variable à court terme, tandis que le facteur 2 est variable à long terme seulement.

a) Déterminer les équations des fonctions de coût moyen de long terme et de coût marginal de long terme. En faire la représentation graphique.

b) Déterminer les équations des fonctions de coût moyen de court terme et de coût marginal de court terme, lorsque l'entreprise dispose de 2 unités du facteur 2. En faire la représentation graphique.