

TD3 - L'EQUILIBRE GENERAL

Les 4 exercices ci-dessous traitent d'une économie d'échange et de propriété privée, comportant deux consommateurs ($I = 2$) et deux biens ($K = 2$). On utilise les notations :

$$\begin{aligned} w_i &= (w_{i1}, w_{i2}) = \text{dotation initiale de } i, \\ x_i &= (x_{i1}, x_{i2}) = \text{plan de consommation de } i, \\ X_i &= \text{ensemble de consommation de } i, \\ U^i(x_i) &= \text{fonction d'utilité de } i, \\ p &= (p_1, p_2) = \text{prix des biens.} \end{aligned}$$

*Exercice 3.1**. (Dotations différentes ; Préférences semblables). Soit l'économie

$$\begin{aligned} X_i &= R_+^2, \quad i = 1, 2, \\ U^i(x_i) &= x_{i1}x_{i2}, \quad i = 1, 2, \\ w_1 &= (1, 2), \quad w_2 = (2, 1). \end{aligned}$$

- a) Calculer l'équilibre général de cette économie.
- b) Représenter l'équilibre dans la boîte d'Edgeworth et commenter.

*Exercice 3.2**. (Théorèmes de l'économie du bien-être). On considère l'économie

$$\begin{aligned} X_1 &= (R_+^*)^2 \text{ et } U^1(x_1) = \frac{\ln x_{11}}{3} + \frac{2 \ln x_{12}}{3} \\ X_2 &= (R_+^*)^2 \text{ et } U^2(x_2) = \frac{2 \ln x_{21}}{3} + \frac{\ln x_{22}}{3} \\ w_i &= (1, 1), \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

- a) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble des états optimaux.
- b) Calculer l'équilibre général de cette économie.
- c) Vérifier le premier théorème de l'économie du bien-être.

*Exercice 3.3**. (Dotations identiques ; Préférences différentes). Considérons l'économie

$$\begin{aligned} X_1 &= R_+^2 \text{ et } U^1(x_1) = \sqrt{x_{11}} + \sqrt{x_{12}}, \\ X_2 &= (R_+^*)^2 \text{ et } U^2(x_2) = \ln(x_{21}) + \ln(x_{22}), \\ w_i &= (3, 7), \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

- a) Calculer un équilibre général de cet économie. Est-il unique ?
 b) Montrer que l'allocation d'équilibre est différente de la dotation initiale.
 Tracer dans la boîte d'Edgeworth l'ensemble des optimums de Pareto.

*Exercice 3.4**. On considère l'économie

$$\begin{aligned} X_1 &= (R_+^*)^2 \text{ et } U^1(x_1) = x_{11}^{1/3} x_{12}^{2/3} \\ X_2 &= (R_+^*)^2 \text{ et } U^2(x_2) = x_{21}^{2/3} x_{22}^{1/3} \\ w &= (1, 1). \end{aligned}$$

Montrer qu'il existe un équilibre général de l'économie de propriété privée pour n'importe quelle distribution initiale de la dotation entre les deux consommateurs.

L'exercice suivant envisage une économie de production et d'échange, comportant un consommateur ($I = 1$), un producteur ($J = 1$) et deux biens ($K = 2$). On utilise les notations suivantes :

$$\begin{aligned} w &= (w_1, w_2) = \text{dotation initiale,} \\ x &= (x_1, x_2) = \text{plan de consommation,} \\ X &= \text{ensemble de consommation,} \\ U(x) &= \text{fonction d'utilité,} \\ y &= (y_1, y_2) = \text{plan de production,} \\ F(y) &= \text{fonction de transformation,} \\ p &= (p_1, p_2) = \text{prix des biens.} \end{aligned}$$

*Exercice 3.5**. (Théorèmes de l'économie du bien-être). Soit l'économie comportant $I = 1$ consommateur, $J = 1$ producteur et $K = 2$ biens. Les préférences du consommateur sont représentées par la fonction d'utilité $U(x) = x_1 x_2$. La technologie du producteur est représentée par sa fonction de transformation $F(y) = y_1 + y_2$. La dotation est $w = (1, 0)$.

- a) Déterminer l'ensemble W des états économiques qui, associés à des prix et des revenus donnés, forment un équilibre général de l'économie.
 b) Déterminer l'ensemble P des états économiques optimaux au sens de Pareto.
 c) Vérifier que $W = P$.