TD1 - LE CONSOMMATEUR

Dans les exercices ci-dessous, on considère un consommateur consommant les biens 1 et 2. On adopte les notations du cours :

$$\begin{aligned}
x_1,\, x_2 &= \text{consommation,} \\
X &= \text{ensemble de consommation,} \\
U(x_1, x_2) &= \text{fonction d'utilité,} \\
p_1,\, p_2 &= \text{prix des biens,} \\
R &= \text{revenu.}
\end{aligned}$$

Exercice 1.1*. Soit un consommateur caractérisé par

$$\begin{aligned}
X &= R_+^2 \\
U(x_1, x_2) &= x_1 x_2.
\end{aligned}$$

On pose : $p_1 = 1/2$, $p_2 = 2$ et $R = 2$.

a) Donner l'expression du TMS_{12} et montrer qu'il est croissant avec le rapport x_2/x_1. Interpréter.

b) Représenter graphiquement la droite de budget et l'isoquante $U(x_1, x_2) = 1$. Commenter.

c) Déterminer l'équilibre du consommateur par la méthode du Lagrangien.

Exercice 1.2*. Soit un consommateur caractérisé par

$$\begin{aligned}
X &= R_+^2 \\
U(x_1, x_2) &= x_1 x_2.
\end{aligned}$$

On pose : $p_1 = 4$, $p_2 = 1$ et $R = 4$.

a) Déterminer l'équilibre du consommateur.

On suppose maintenant que le gouvernement met un place un système de ticket de rationnement, limitant la consommation du bien 2 à $x_2 \leq 1$.

b) Représenter le nouvel ensemble de consommation du consommateur.

c) Vérifier graphiquement que l'équilibre du consommateur est $x^* = (3/4, 1)$.

Exercice 1.3*. Calculer la fonction de demande (marshalliennes) sous les hypothèses suivantes

$$\begin{aligned} X &= R_+^2, \\ U(x_1, x_2) &= \min \{ax_1, bx_2\}, \text{ avec } a > 0 \text{ et } b > 0. \end{aligned}$$

Exercice 1.4*. *Exercice* 1.4. On considère le consommateur suivant :

$$\begin{aligned} X &= R_+^2 \\ U(x_1, x_2) &= (x_1 - 1)(x_2)^2 \end{aligned}$$

On suppose que $p_1 < R$.

a) Déterminer les fonctions de demandes marshalliennes et hicksiennes.

On considère une situation initiale E^0 ($p_1 = p_2 = 1$ et $R = 3$) et une situation finale E^1 ($p_1 = 2$, $p_2 = 1$ et $R = 3$).

b) Calculer les quantités achetées de chaque bien, dans la situation initiale et finale.

c) Décomposer le passage de la situation initiale à la situation finale, pour mettre en évidence les effets de substitution (i.e. variations des quantités à utilité constante) et de revenu (i.e. variations des quantités à prix constants).

d) Présenter les résultats à l'aide d'un graphique.

Exercice 1.5*. Soit un consommateur caractérisé par

$$\begin{aligned} X &= R_+^2 \\ U(x_1, x_2) &= x_1 + (x_2)^2 \end{aligned}$$

a) Déterminer les fonctions de demande marshalliennes $d(p, R)$.

b) En déduire la fonction d'utilité indirecte $W(p, R) = U(d(p, R))$.

c) Calculer les fonctions de demande hicksiennes $h(p, u)$.

d) Montrer comment retrouver les fonctions de demande hicksiennes à partir des fonctions de demande marshalliennes et de la fonction d'utilité indirecte.

On pose maintenant $p_1 = 2$, $p_2 = 4$ et $R = 10$.

e) Calculer l'utilité W_0 du consommateur dans ce cas. De combien doit augmenter le revenu pour compenser l'accroissement du prix du bien 2 de $p_2 = 4$ à $p_2 = 6$?

Exercice 1.6. Un consommateur est caractérisé par $X = \left(R_+^*\right)^2$ et des préférences changeantes, selon son humeur, représentées par les fonctions d'utilité $\underline{U}(x_1, x_2)$ (mauvaise humeur) et $\overline{U}(x_1, x_2)$ (bonne humeur). Montrer que ses fonctions de demande sont les mêmes, quelle que soit son humeur, dans les cas suivants :

a) $\underline{U}(x_1, x_2) = x_1 (x_2)^2$ et $\overline{U}(x_1, x_2) = \ln x_1 + 2 \ln x_2$;

b) $\underline{U}(x_1, x_2) = \left((x_1)^\rho + 2 (x_1)^\rho\right)^{1/\rho}$ et $\overline{U}(x_1, x_2) = (x_1)^\rho + 2 (x_1)^\rho$.