Chapitre 5. Le duopole

Faute de temps, je me limite dans ce chapitre à une simple ébauche du problème. Désolé. ;-(

5.1. Duopole de Cournot.

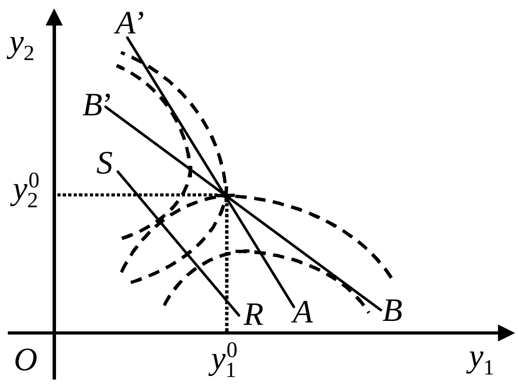
Considérons maintenant la théorie du duopole, c'est-à-dire celle d'un marché (le marché du bien 1 dans notre cas) qui est servi par deux producteurs et sur lequel les demandes proviennent de nombreux agents qui sont individuellement petits. La théorie économique représente cette situation sous l'hypothèse que le même prix s'appliquera aux échanges de toutes les unités du bien considéré et que la demande est concurrentielle dans le sens suivant : la quantité totale vendue dépend du prix du bien et de rien d'autre (il n'y a donc pas lieu de faire intervenir dans la discussion des stratégies des demandeurs).

Désignons par y_1 et y_2 les outputs des entreprises 1 et 2, par $C_1(y_1)$ et $C_1(y_1)$ les fonctions de coût de production des entreprises 1 et 2 et par $P(x)$ la fonction de demande inverse des consommateurs. Leurs profits respectifs sont alors :

$$\begin{aligned}\pi_1(y_1, y_2) &= P(y_1 + y_2)\, y_1 - C_1(y_1) \\ \pi_2(y_1, y_2) &= P(y_1 + y_2)\, y_2 - C_2(y_2)\end{aligned}$$

L'équilibre du Cournot suppose que chaque entreprise observe passivement et prenne pour donnée la décision de l'autre, puis choisisse sa propre décision de façon à maximiser son gain. L'équilibre de Counot est alors un coupe $\left(y_1^0, y_2^0\right)$ tel que y_1^0 maximise $\pi_1\left(y_1, y_2^0\right)$ considéré comme fonction de y_1 et y_2^0 maximise $\pi_2\left(y_1^0, y_2\right)$ considéré comme fonction de y_2.

La figure suivante explicite la détermination d'un tel équilibre.



Les courbes tournant leur concavité vers le bas sont les lignes de niveau de π_1 =Cte ; les courbes tournant leur concavité vers le bas sont les lignes de niveau de π_2 =Cte. La courbe AA' est le lieu des points les plus élevés sur les lignes de niveau de π_1 =Cte. Elle définit, pour chaque valeur de y_2, la décision que retiendra l'entreprise 1 si elle considère la décision de l'autre comme donnée. En effet, le long d'une ligne verticale, le profit π_1 est évidemment croissant du haut vers le bas, de sorte que sur une horizontale (y_2 donné), l'entreprise a intérêt à choisir le point qui est tangent à une courbe de niveau π_1 =Cte. De même, la courbe BB' joignant les points les plus à droite des courbes de niveau π_2 =Cte définit la décision de l'entreprise 2 lorsque celle-ci adopte une attitude passive. Les courbes AA' et BB' sont appelés courbes de réaction des duopoleurs, du fait qu'elles donnent l'offre d'un duopoleur une fois connue l'offre de l'autre. L'équilibre de Cournot est dès lors le point d'intersection des courbes AA' et BB', soit $\left(y_1^0, y_2^0\right)$.

Mais on suppose habituellement dans cette théorie que l'entreprise 1 connaît non seulement sa fonction π_1 mai aussi la fonction π_2 de son concurrent. Elle peut alors déterminer la courbe de réaction BB' qui caractériserait le comportement de l'entreprise 2 si cette dernière adoptait une attitude passive. Dans une telle éventualité, l'entreprise 1 aurait intérêt à choisir sur BB' le point de tangence avec une courbe π_1 =Cte, c'est-à-dire la production y_1^1, nettement plus élevée dans notre cas de figure que y_1^0.

Il est vraissemblable que l'entreprise 1 aura conscience du fait qu'elle peut réaliser un gain supérieur à celui que lui confère l'équilibre de Cournot. Elle choisira alors par exemple la production y_1^1. Mais le même raisonnement s'applique à l'entreprise 2, qui aurait intérêt à choisir la production y_2^1, si elle constatait une attitude passive de la part de son concurrent. Or, le couple $\left(y_1^1, y_2^1\right)$ se traduit par des profits biens inférieurs à ceux réalisésavec l'équilibre de Cournot.

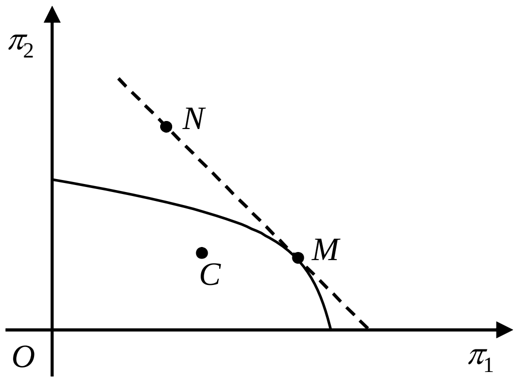
Chaque participant comprenant la situation de l'autre doit tôt ou tard rechercher un accord explicite ou implicite avec lui ; car seul un tel accord permet d'éviter une lutte dommageable aux deux concurrents, à moins que l'un d'entre eux ne s'estime en mesure d'éliminer l'autre du marché, cas que nous excluons.

Quels couples $(y_1 y_2)$ sont susceptibles de réaliser un tel accord ? Ceux qui d'une part apportent à chaque entreprise un gain au moins égal à celui qu'elle obtiendrait si elle se retirait du marché, et qui d'autre part maximisent le gain pour l'une, pour une valeur donnée du gain de l'autre. Ces couples sont représentés sur la figure par les points du segment curviligne SR appartenant à la courbe joignant les points de tangence entre les courbes π_1 =Cte et π_2 =Cte, le point R étant situé sur la courbe $\pi_1 = -C_1(0)$, le point S sur la courbe $\pi_2 = -C_2(0)$.

L'ensemble des couples représentés par des points de RS peut être appelé le noyau. A l'interieur du noyau, la position du couple (y_1, y_2) semble a priori indéterminé. Chaque entreprise peut essayer d'obtenir une combinaison particulièrement avantageuse en menaçant de le pas respecter l'accord. Mais une telle situation n'est bénéficiaire que si la menace n'a pas été ecécutée.

La réalisation d'une combinaison appartenant au noyau concrétise un accord entre les entreprises qui néanmoins ne se comportent pas alors, en général comme le ferait un monopole. Celui-ci chercherait à maximiser le gain total $\pi_1 + \pi_2$, ce qui déterminerait en général un couple unique (y_1^*, y_2^*) à l'intérieur des couples du noyau.

La figure suivante, établie avec les valeurs de $\pi_1$et π_2 portées respectivement en abscisses et en ordonnées, fait apparaître la distinction.



Le noyau est représenté par la courbe RS qui limite vers le haut et vers la droite l'ensemble des combinaisons (π_1, π_2) résultant de tous les choix possibles de $y_1$et y_2. (L'équilibre de Cournot C est représenté par un point intérieur à RS.) La somme $\pi_1 + \pi_2$ est maximum pour une combinaison particulière M où la tangente à la courbe RS est parallèle à la deuxième bissectrice. Or M ne favorise pas nécessairement les deux entreprises au même degré ; il peut de toute manière être refusé par l'une d'elle qui espère obtenir un point RS plus avantageux.

Néanmoins nous devons comprendre que, s'il y a collusion complète entre les deux entreprises, alors celles-ci peuvent réaliser tout point de la tangente en M à RS, soit N par exemple. Il leur suffit de convenir d'un paiement direct effectué par la première entreprise au profit de l'autre. Dans notre cas de figure, la première verserait à la seconde une somme définie par la longueur de la projection du segment NM sur l'un ou l'autre des axes de coordonnées.

En cas de collusion complète les deux entreprises se comportent bien comme un monopole unique, la seule question entre elles résidant dans le partage du profit total, c'est-à-dire la discussion du paiement latéral que l'une versera à l'autre.

Exercice 6.1. La fonction de demande s'écrit $P(x) = 1 - x$. Les deux entreprises sont représentées par leur fonction de coût $C_1(y_1) = c_1 y_1$ et $C_2(y_2) = c_2 y_2$, avec $c_1 < 1$ et $c_2 < 1$. Déterminer l'équilibre de Cournot de ce duopole en trois étapes.

1. Déterminer la fonction de réaction de l'entreprise 1, notée $R_1(y_2)$, associant à toute offre y_2 de l'entreprise 2, l'offre y_1 de l'entreprise 1 qui maximise son profit, sachant qu'elle sert la demande résiduelle $P(y_1 + y_2)$.

2. Même question pour la fonction de réaction de l'entreprise 2, notée $R_2(y_1)$.
3. Déterminer l'équilibre de Cournot $\left(q_1^0, q_2^0\right)$, solution du système d'équations $q_1^0 = R_1\left(q_2^0\right)$ et $q_2^0 = R_2\left(q_1^0\right)$.

5.2. Duopole de Bertrand.

On considère deux entreprises,caractérisées par leurs fonctions de coût $C_1(y_1) = cy_1$ et $C_2(y_2) = cy_2$, supposée identiques pour simplifier. La demande est donnée par la fonction de demande directe $d(p)$ (avec $d(p) > 0$ ssi $p < \bar{p}$). On suppose que $c < \bar{p}$.

La concurrence entre les deux entreprises s'organise de la façon suivante. Les deux entreprises fixent leur prix simultanément ; elles servent ensuite la demande qui s'adresse à elles.

On suppose que les demandes adessées aux l'entreprises sont :

$$
\begin{aligned}
d_1(p_1, p_2) &= \begin{cases} d(p_1) \text{ si } p_1 < p_2 \\ d(p_1)/2 \text{ si } p_1 = p_2 \\ 0 \text{ si } p_1 > p_2 \end{cases} \\
d_2(p_1, p_2) &= \begin{cases} 0 \text{ si } p_1 < p_2 \\ d(p_1)/2 \text{ si } p_1 = p_2 \\ d(p_2) \text{ si } p_1 > p_2 \end{cases}
\end{aligned}
$$

L'équilibre de Bertrand est un couple de prix $\left(p_1^0, p_2^0\right)$ tel que chaque entreprise maximise son profit en prenant la décision de l'autre entreprise comme une donnée. On a donc : p_1^0 maximise $(p_1 - c)\, d_1\left(p_1, p_2^0\right)$ et p_2^0 maximise $(p_2 - c)\, d_2\left(p_1^0, p_2\right)$.

On montre que l'unique équilibre de Bertrand est $p_1^0 = p_2^0 = c$.

Une généralisation du duopole de Bertrand est obtenue en supposant que les biens sont imparfaitement substituables. Sous cette hypothèse, un écart de prix entre les deux entreprises n'implique pas que la demande adressée à l'entreprise pratiquant le prix le plus fort soit nulle. La demande résiduelle s'explique par le fait que les consommateurs considèrent les deux biens comme non équivalents et ont des goûts différents pour les deux biens.

Sous cette hypothèse, les demandes adressées aux entreprises s'écrivent par exemple :

$$
\begin{aligned}
d_1(p_1, p_2) &= 1 - a_1 p_1 + b_2 p_2 \\
d_2(p_1, p_2) &= 1 - a_2 p_2 + b_1 p_1
\end{aligned}
$$

Exercice 6.2. Les fonctions de demande s'écrivent $d_1(p_1, p_2) = 1 - p_1 + p_2$ et $d_2(p_1, p_2) = 1 - p_2 + p_1$. Les deux entreprises sont représentées par leur fonction de coût $C_1(y_1) = c_1 y_1$ et $C_2(y_2) = c_2 y_2$, avec $c_1 < 1$ et $c_2 < 1$. Déterminer l'équilibre de Bertrand de ce duopole en trois étapes.

1. Déterminer la fonction de réaction de l'entreprise 1, notée $R_1(p_2)$, associant à tout prix p_2 de l'entreprise 2, le prix p_1 de l'entreprise 1 qui maximise son profit.

2. Même question pour la fonction de réaction de l'entreprise 2, notée $R_2(p_1)$.

3. Déterminer l'équilibre de Cournot $\left(p_1^0, p_2^0\right)$, solution du système d'équations $p_1^0 = R_1\left(p_2^0\right)$ et $p_2^0 = R_2\left(p_1^0\right)$.