

## Chapitre 5. Le monopole

### 5.1. Présentation.

Une entreprise est dite en situation de *monopole* lorsqu'elle est l'unique offreur sur le marché d'un bien, si le nombre de demandeurs sur le marché est grand et s'il n'existe pas de substitut proche pour ce bien.

Une position de monopole sur un marché peut provenir de trois causes.

Une entreprise innovante peut développer un bien nouveau ou un procédé de fabrication moins coûteux pour un bien existant. Tant qu'elle n'est pas imitée par d'autres entreprises, elle bénéficie d'une position de monopole sur le marché. Cette position peut être prolongée par le dépôt d'un brevet.

Une entreprise peut bénéficier d'un monopole légal, comme par exemple dans le domaine du rail (monopole naturel) ou du tabac (financement des dépenses de l'Etat).

Une entreprise peut créer une situation de monopole en adoptant des pratiques visant à limiter l'entrée sur le marché. Par exemple, l'entreprise apportera une grande quantité de biens sur le marché, afin de maintenir les prix bas. Si le marché n'est pas contestable, c'est-à-dire si l'entrée ou la sortie du marché nécessite des coûts importants (de publicité, par exemple), cette pratique dissuadera l'entrée de nouveaux offreurs.

### 5.2. Comportement du monopole.

#### 5.2.1. Hypothèses et définitions.

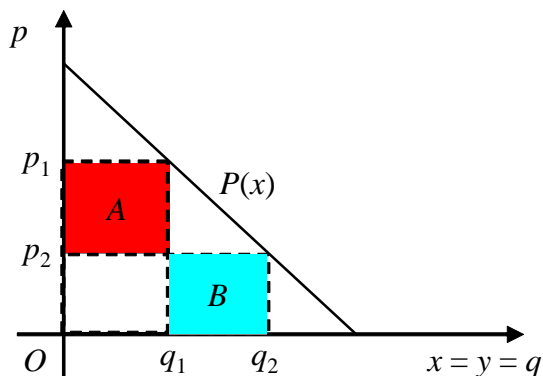
Considérons une entreprise en situation de monopole sur le marché du bien 1. La demande sur le marché est donnée par  $P(x)$ . Le monopole est caractérisé par son coût de production  $C(y)$ .

Etant l'unique offreur sur le marché, les décisions du monopole auront un effet non négligeables sur l'équilibre du marché. On dit qu'il a un pouvoir de marché. Par hypothèse, on admet que le monopole sait qu'il a ce pouvoir et qu'il en tient compte pour évaluer ses décisions. Cette hypothèse est prise en compte dans la définition suivante.

On définit la *recette totale* du monopole, notée  $RT$ , comme la fonction qui associe à toute quantité  $y$  de bien 1 offerte par le monopole, sa recette à l'équilibre du marché. L'équilibre sur le marché signifie que la demande  $x$  et l'offre  $y$  s'égalisent à un niveau  $q$  donné ; il s'écrit donc  $x = y = q$ . Si le monopole offre  $y = q$  unités, à l'équilibre du marché, les consommateurs demandent  $x = q$  unités et le prix d'équilibre s'établit au niveau  $p = P(q)$ . Il s'ensuit que, lorsque le monopole offre  $y = q$  unités, sa recette totale est  $RT = P(q)q$ .

Sur la figure ci-dessous, considérons la conséquence d'une hausse de l'offre  $y$  de l'entreprise de  $q_1$  à  $q_2$  unités. Pour la quantité offerte  $y = q_1$ , à l'équilibre du marché, le prix d'équilibre est  $p_1 = P(q_1)$  et la recette de l'entreprise est

$RT_1 = p_1 q_1$ . Si l'entreprise offre  $y = q_2$ , le marché s'équilibre au prix  $p_2 = P(q_2)$  et la recette du monopole est désormais égale à  $RT_2 = p_2 q_2$ .



On constate que la variation des recettes du monopole est la résultante de deux effets de sens contraires. En augmentant son offre, la recette diminue sur les  $q_1$  premières unités, du fait de la baisse du prix, d'un montant égal à  $(p_1 - p_2) q_1$  (Cf. la surface  $A$ ). Elle augmente par contre du fait de l'accroissement des ventes, d'un montant égal à  $p_2 (q_2 - q_1)$  (Cf. la surface  $B$ ).

On appelle *recette marginale* du monopole, notée  $Rm$ , la variation de sa recette totale suite à l'accroissement d'une unité infiniment petite de la quantité vendue. Sur la figure ci-dessus, supposant que la différence  $q_2 - q_1$  est infiniment petite, la recette marginale correspond à la différence de l'aire de  $B$  et de l'aire de  $A$ .

Formellement, la recette marginale est la dérivée de la recette totale  $RT = P(q) q$  :

$$Rm = P(q) + P'(q) q.$$

Si, comme on le suppose, la demande est une fonction décroissante ( $P'(q) < 0$ ), la recette marginale est toujours inférieure au prix  $p = P(q)$ .

L'élasticité-prix de la demande, notée  $e_P(x)$ , se définit comme la variation, en pour-cents, du prix de vente du bien, suite à une variation de un pour-cent de la quantité offerte. Formellement, elle est définie par :

$$e_P(x) = \frac{P'(x) x}{P(x)} = \frac{dP/P}{dx/x}.$$

Si la fonction de demande est décroissante, l'élasticité-prix de la demande est négative. Par exemple, si  $e_P(1) = -2\%$ , une augmentation de l'offre de  $1\%$  à partir de la quantité 1 produit une baisse du prix du bien de  $2\%$ .

L'élasticité-prix de la demande donne lieu à une autre expression de la recette marginale :

$$Rm = P(q) \left( 1 + \frac{P'(q)q}{P(q)} \right) = P(q) (1 + e_P(q))$$

Parfois, on utilisera aussi la notion de recette moyenne,  $RM = RT/q = P(q)$ .

### 5.2.2. Equilibre du monopole.

A l'équilibre du marché, le profit du monopole s'écrit  $\pi = P(q)q - C(q)$ . Par définition, un équilibre du monopole est une offre  $y = q^0$  qui maximise cette expression du profit.

Pour mieux expliciter cette définition, on peut écrire le problème d'optimisation sous-jacent de la façon suivante. Le monopole offre la quantité  $y = q^0$  qui maximise  $\pi = py - C(y)$ , sous les contraintes  $x = y = q$  et  $p = P(x)$ . Implicitement, la définition de l'équilibre du monopole suppose donc que le monopole anticipe l'effet de ses décisions sur le marché et en tire partie pour maximiser son profit. Ceci équivaut de rechercher  $q$  pour maximiser  $\pi = P(q)q - C(q)$ .

La quantité  $q^0$  est solution de ce problème si elle vérifie les conditions du premier ordre et du second ordre

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial q} &= P'(q^0)q^0 + P(q^0) - C'(q^0) = 0, \\ \frac{\partial^2 \pi}{(\partial q)^2} &= P''(q^0)q^0 + 2P'(q^0) - C''(q^0) \leq 0. \end{aligned}$$

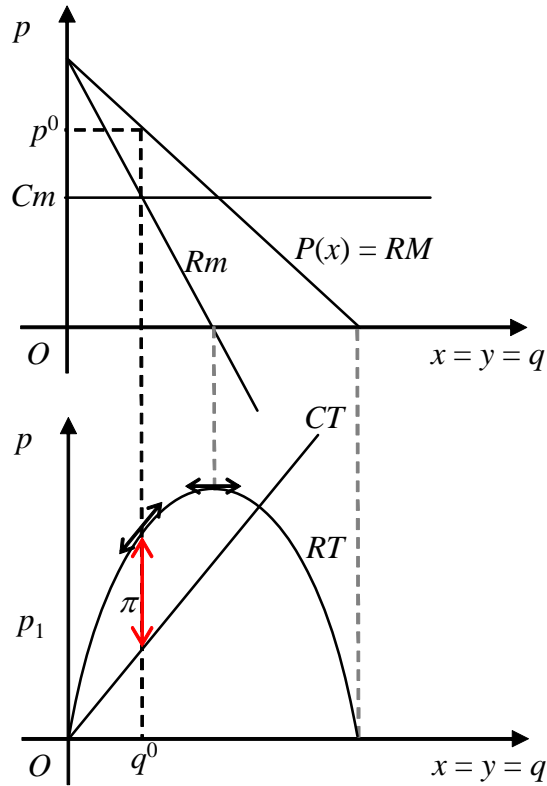
La première condition s'écrit de façon plus intéressante :

$$Rm = Cm$$

A l'équilibre, l'offre du monopole égalise sa recette marginale et son coût marginal.

Cette propriété a une interprétation évidente. La recette marginale mesure l'accroissement des recettes du monopole sur la dernière unité offerte. Le coût marginal est le coût de production de la dernière unité produite. Si les conditions du second ordre sont satisfaites (la recette marginale est non croissante et le coût marginal est non décroissant), il vient que le monopole devrait produire jusqu'au point où la dernière unité produite rapporte autant qu'elle coûte.

La figure ci-dessous illustre la détermination de l'équilibre du monopole. Sur la partie haute de cette figure, sont tracés la fonction de demande inverse sur le marché  $P(x)$ , la recette marginale  $Rm$  et le coût marginal de production  $Cm = C'(y)$ , supposé ici constant. Sur la partie basse de cette figure, sont tracés la recette totale  $RT$  et le coût total  $CT = C(y)$ .



Cette figure nécessite quelques explications, visant en particulier à mettre en lumière le liens entre ses deux parties.

La recette totale est maximale au point où la recette marginale s'annule. Elle est croissante avant, décroissante après. Ceci s'explique directement si l'on se souvient que  $Rm$  est la dérivée de  $RT$ . D'autre part, la recette totale est nulle lorsque le prix du bien s'annule :  $P(x) = RM = 0$ .

Graphiquement, on détermine directement l'équilibre du monopole au point d'intersection entre les courbes de recette marginale  $Rm$  et de coût marginal  $Cm$ . L'abscisse  $q^0$  de ce point détermine l'offre du monopole. (La condition du second ordre est bien vérifiée ici, car la recette marginale est décroissante et le coût marginal est constant.) Son profit maximum est égal à l'aire de la surface délimitée par les ordonnées  $p^0$  et  $Cm$ , entre les abscisses 0 et  $q^0$ .

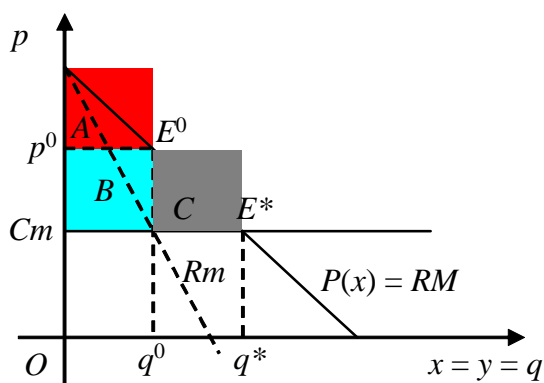
Sur la partie supérieure de la figure, le profit se lit directement, pour toute offre  $y = q$ , en faisant la différence entre  $RT$  et  $CT$ . On sait qu'il est maximum au point d'abscisse  $q^0$ . On note que la parallèle à  $CT$  passant par  $(q^0, RT(q^0))$  est tangente à la courbe  $RT$ . Ceci n'est pas fortuit puisque cela revient à dire que  $Rm = Cm$ , qui la condition pour que le profit du monopole soit maximum à l'équilibre du marché.

*Exercice 5.1.* Soit la fonction de demande inverse  $P(x) = a - bx$  et le coût de production  $C(y) = cy$ . Calculer la recette totale, la recette marginale et la recette moyenne du monopole. Calculer le coût marginal et le coût moyen. Faire la représentation graphique ci-dessus. Déterminer l'équilibre du monopole graphiquement et analytiquement.

### 5.3. Monopole et optimum social.

Sur un marché concurrentiel, un équilibre du marché décentralise un état optimal de l'économie. Ceci n'est plus vrai sur un marché monopolistique.

Pour mettre en évidence ce résultat, considérons la figure ci-dessous, reprenant une partie de la figure précédente.



On sait que si l'entreprise est en situation de monopole sur le marché, l'équilibre du marché se situe au point  $E^0$  de la figure. En effet, au prix  $p^0$ , la demande des consommateurs est égale à  $q^0$  (car on a  $P(q^0) = p^0$ ). Et la quantité  $q^0$  vérifie la condition  $Rm = Cm$ , caractéristique d'un équilibre du monopole (cette condition implique que son profit est maximum, la condition du second ordre étant ici vérifiée).

Le point  $E^0$  n'est pas un état optimal au sens de Pareto de l'économie. En effet, on sait qu'un état optimal de l'économie maximise le surplus social. Il vérifie donc la condition  $P(q) = Cm$ . Or, dans l'état  $E^0$ , on a  $P(q^0) > Cm$ .

Plus précisément, on montre que le surplus social augmenterait si l'on pouvait contraindre le monopole à offrir une quantité plus importante du bien. En effet, si le monopole augmente son offre d'une unité (infinitement petite) à partir de la quantité  $q^0$ , l'utilité des consommateurs, mesurée en unités de numéraire, augmente de  $P(q^0)$  et le coût de production du monopole augmente de  $Cm$ . Comme  $P(q^0) > Cm$ , le surplus social, égale à la différence entre les deux, augmente de  $P(q^0) - Cm > 0$ .

Le surplus social est maximum pour la quantité  $q^*$  et l'état optimal de l'économie se situe au point  $E^*$ . Par comparaison, on peut mettre en évidence les conséquences du comportement du monopole. Dans l'état optimal

$E^*$ , le surplus social est égal à l'aire  $A + B + C$ . Dans l'état  $E^0$ , le monopole rationne le marché et le surplus social est seulement égal à l'aire  $A + B$ . La partie  $A$  représente le surplus des consommateurs. La partie  $B$  correspond au profit du monopole. (Le profit du monopole est comptabilisé dans le surplus social, du fait qu'après distribution des profits, il se traduit par l'augmentation des revenus en numéraire de certains consommateurs.) La partie  $C$  s'appelle la *charge morte* du monopole.

Enfin, on peut comparer cette situation avec celle qui apparaîtrait sur un marché concurrentiel. Pour cela, imaginons qu'un grand nombre d'entreprises identiques interviennent sur le marché et que leur technologie soit représentée par  $Cm$ . On sait que la courbe d'offre de chaque entreprise coïncide avec sa courbe de coût marginal, dans sa partie non décroissante. Pour le cas présent, il s'ensuit que la courbe d'offre du marché se confond avec  $Cm$ . Sur un tel marché concurrentiel, le prix s'établirait à l'équilibre au niveau  $p = Cm$  et la quantité offerte au niveau  $q^*$ . Autrement dit, l'équilibre du marché décentraliserait l'état optimal  $E^*$ . Le surplus des consommateurs serait alors égal à  $A + B + C$  et le profit des entreprises serait nul.

#### 5.4. Monopole discriminant.

Sous certaines conditions, un monopole peut tenter de s'approprier une part plus grande encore du surplus des consommateurs, en pratiquant une politique de prix différenciés. En pratique, ceci prendra la forme de rabais en fonction de la quantité demandée ou d'abonnements.

Ce type de politique de tarification est possible à deux conditions. D'une part, il faut que l'entreprise soit capable de différencier les consommateurs, soit par des critères objectifs (d'âge, de revenu, etc.), soit au moyen de contrats, la segmentation du marché résultant alors de la souscription volontaire, par chaque consommateur, du contrat le plus avantageux pour lui. D'autre part, il faut que l'entreprise puisse restreindre au maximum les ventes entre consommateurs.

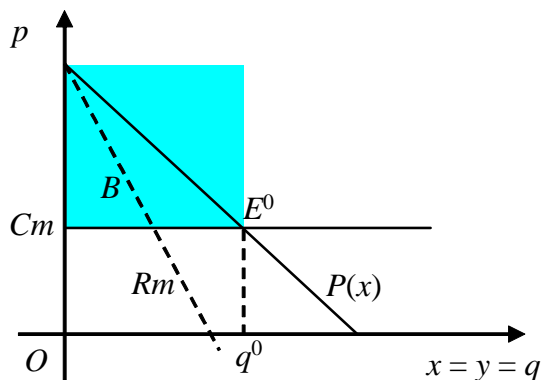
##### 5.4.1. La discrimination parfaite.

On suppose ici que le monopole possède une information parfaite sur les préférences des consommateurs.

Pour illustrer cette situation, supposons qu'il existe dans l'économie  $I$  consommateurs, chacun désirant une unité du bien produit par le monopole et disposé à payer au maximum  $v_i(1)$  pour cette unité. (Formellement, la fonction d'utilité d'un consommateur  $i$  s'écrit  $U^i(x_{i1}, x_{i2}) = x_{i2}$  si  $x_{i1} < 1$ ,  $= v_i(1) + x_{i2}$  sinon.)

Pour simplifier la présentation, on supposera que les consommateurs  $i$  sont rangés dans l'ordre décroissant de leur disposition à payer  $v_i(1)$  et que la demande  $\{(i, v_i(1)); i = 1, \dots, N\}$  peut être approximée par une fonction continue  $P(x)$ ,  $x$  représentant le nombre de consommateurs servis (Cette hypothèse nécessite en fait l'existence d'un continuum de consommateur  $i \in [0, I]$ .) On peut alors utiliser la même figure que précédemment.

Sous ces hypothèses, la situation étudiée peut être représentée par la figure ci-dessous.



Si l'on suppose que le monopole a une information parfaite sur les préférences des consommateurs (il connaît la correspondance entre l'identité  $i$  du consommateur et sa disposition à payer  $v_i(1)$ ) et qu'il peut empêcher les consommateurs de former un marché secondaire, il a intérêt, pour maximiser son profit, à proposer un prix personnalisé à chaque consommateur  $i$ , égal à  $v_i(1)$ , et à servir tous les consommateurs disposés à payer au moins  $Cm$ . Il s'ensuit qu'à l'équilibre du marché, il offrira la quantité  $q^0$  vérifiant la condition  $P(q^0) = Cm$ .

Cet équilibre de marché, associé à l'hypothèse d'une discrimination parfaite des consommateurs par le monopole, remet en question les conclusions précédentes. Il apparaît que, de même qu'un marché concurrentiel, le monopole parfaitement discriminant décentralise l'état optimal de l'économie. La différence entre les deux situations est que le monopole s'approprie l'intégralité du surplus des consommateurs. En effet, chaque consommateur  $i$  a payé  $v_i(1)$  et le monopole obtient un profit  $v_i(1) - Cm$  sur chaque unité qu'il a vendu jusqu'à  $q^0$ . Le surplus des consommateurs est donc nul. Le profit du monopole correspond graphiquement à l'aire de  $B$ .

#### 5.4.2. La discrimination imparfaite.

Supposons qu'il existe deux types de consommateurs dans l'économie, des consommateurs de type 1, ayant une fonction de demande  $P_1(x)$ , et des consommateurs de type 2, ayant une demande de type  $P_2(x)$ .

Supposons dans un premier temps que le monopole est capable de reconnaître le type d'un consommateur donné (sur un critère d'âge ou de sexe, par exemple) et de segmenter le marché conformément. Autrement dit, par hypothèse, le monopole organise deux marchés indépendants, l'un sur lequel n'interviennent

que des consommateurs de type 1, l'autre sur lequel n'interviennent que des consommateurs de type 2.

Le problème du monopole est alors de choisir des quantités  $y_1$  et  $y_2$  à offrir sur chaque marché, de manière à maximiser son profit, en anticipant l'équilibre des deux marchés. Formellement, le monopole choisit  $y_1$  et  $y_2$  pour maximiser son profit  $p_1 y_1 + p_2 y_2 - C(y_1 + y_2)$  sous les contraintes d'équilibre sur le marché 1,  $x_1 = y_1 = q_1$  et  $p_1 = P_1(x_1)$ , et d'équilibre sur le marché 2,  $x_2 = y_2 = q_2$  et  $p_2 = P_2(x_2)$ .

En substituant les contraintes dans la fonction d'objectif du monopole, on voit que ce problème est équivalent à trouver des quantités  $q_1$  et  $q_2$  pour maximiser  $\pi = P_1(q_1)q_1 + P_2(q_2)q_2 - C(q_1 + q_2)$ .

Les conditions du premier ordre de ce problème sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi}{\partial q_1} &= P_1'(q_1)q_1 + P_1(q_1) - C'(q_1 + q_2) = 0 \\ \frac{\partial \pi}{\partial q_2} &= P_2'(q_2)q_2 + P_2(q_2) - C'(q_1 + q_2) = 0\end{aligned}$$

qui peuvent s'écrire également :

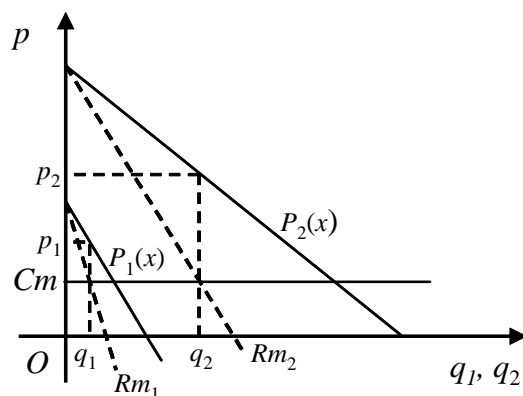
$$Rm_1 = Rm_2 = Cm.$$

Autrement dit, l'équilibre du monopole se produit lorsqu'il offre des quantités  $y_1 = q_1$  et  $y_2 = q_2$ , sur les marchés 1 et 2 respectivement, telles qu'il y a égalisation de la recette marginal sur chacun des marché avec le coût marginal de production.

Cette condition s'interprète comme suit. Raisonnons d'abord à offre donnée, pour traiter de son affectation entre les deux marchés. La recette marginale mesure l'accroissement de la recette du monopole s'il offre une unité supplémentaire sur le marché. Il s'ensuit que si, pour une répartition de l'offre disponible entre les deux marchés, il existe une différence entre  $Rm_1$  et  $Rm_2$ , le monopole peut augmenter ses recettes en réaffectant son offre. Précisément, il doit augmenter son offre sur le marché où la recette marginale est plus grande. On a donc  $Rm_1 = Rm_2$ . Considérons maintenant le problème de la détermination de l'offre globale. Une unité offerte supplémentaire rapporte  $Rm_1 = Rm_2$  et coûte  $Cm$ . Si les conditions du second ordre sont vérifiées, le monopole discriminant améliore son profit en offrant toutes les unités telles que  $Rm_1 = Rm_2 > Cm$ .

Ce résultat est illustré sur la figure suivante. On constate sur cet exemple que les prix d'équilibre sur les marchés 1 et 2 vérifient  $p_1 < p_2$ . On imagine sans peine que, selon les fonctions de demande  $P_1$  et  $P_2$ , on peut tout aussi bien avoir  $p_1 = p_2$  ou  $p_1 > p_2$ .





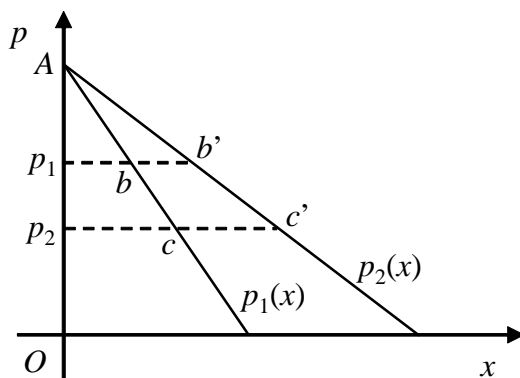
Supposons maintenant que le monopole sait qu'il existe des deux types de consommateurs dans la population mais qu'il est incapable de les différencier. On dit dans ce cas que les consommateurs possèdent une information privée sur leur type et sur les caractéristiques personnelles qui le déterminent.

Sous ces conditions, le monopole pourra tout de même segmenter le marché, à condition de rédiger des contrats séparateurs, c'est-à-dire tels que les consommateurs choisiront d'eux-mêmes de souscrire des contrats différents, selon qu'ils sont du type 1 ou 2.

Supposons ainsi que les consommateurs se voient proposer deux contrats, notés  $c_1 = (a_1, p_1)$  et  $c_2 = (a_2, p_2)$ . La première clause du contrat fixe le coût du contrat. La seconde spécifie le prix auquel le contrat donne droit.

Si un consommateur est rationnel, il va souscrire le contrat le plus avantageux pour lui. Cette information va pouvoir être utilisée par le monopole pour segmenter le marché.

Considérons par exemple la figure suivante, où les deux prix  $p_1$  et  $p_2$  stipulés dans les contrats sont pris quelconques.



Si le consommateur 1 choisit le contrat  $c_1$ , son équilibre est au point  $b$  et son surplus est  $Ap_1b - a_1$ .

Si le consommateur 1 choisit le contrat  $c_2$ , son équilibre est au point  $c$  et son surplus est  $Acp_2 - a_2$ .

Si le consommateur 2 choisit le contrat  $c_1$ , son équilibre est au point  $b'$  et son surplus est  $Ab'p_1 - a_1$ .

Si le consommateur 2 choisit le contrat  $c_2$ , son équilibre est au point  $c'$  et son surplus est  $Ac'p_2 - a_2$ .

Choix\Type	Type 1	Type 2
Contrat 1	$b, Ap_1b - a_1$	$b', Ap_1b' - a_1$
Contrat 2	$c, Ap_2c - a_2$	$c', Ap_2c' - a_2$

Le contrat est séparable si les deux consommateurs signent des contrats différents. Par souci esthétique, admettons qu'un consommateur de type 1 (resp. 2) signe le contrat 1 (resp. 2). Cela est possible si les conditions suivantes sont vérifiées :

\* Contraintes d'incitations :

$$\begin{aligned} Ap_1b - a_1 &\geq Ap_2c - a_2 \\ Ap_1b' - a_1 &\leq Ap_2c' - a_2 \end{aligned}$$

\* Contraintes de participation :

$$\begin{aligned} Ap_1b - a_1 &\geq 0 \\ Ap_2c' - a_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Les conditions d'incitation s'écrivent aussi :

$$p_1bcp_2 \leq a_2 - a_1 \leq p_1b'c'p_2.$$

On voit que ceci est toujours possible, puisque, s'agissant des contraintes d'incitation, seul compte l'écart  $a_2 - a_1$  et puisque  $a_1$  et  $a_2$  interviennent séparément dans les contraintes de participation.

Ainsi, même si le type du consommateur n'est pas directement observable, le monopole peut toujours organiser la segmentation du marché, à la condition d'offrir des contrats poussant les consommateurs à se différencier eux-mêmes. Son objectif est alors de proposer, dans l'ensemble des contrats ayant cette propriété, ceux qui maximiseront son profit.

Formellement, le monopole cherche  $c_1 = (a_1, p_1)$  et  $c_2 = (a_2, p_2)$  pour maximiser  $a_1 + p_1 y_1 + a_2 + p_2 y_2 - C(y_1 + y_2)$  sous les contraintes  $p_1 = P_1(y_1)$ ,  $p_2 = P_2(y_2)$ , et sous les conditions d'incitation et de participation ci-dessus.

#### 5.4.2. Corrigé des exercices.

*Exercice 5.1.* Soit la fonction de demande inverse  $P(x) = a - bx$  et le coût de production  $C(y) = cy$ . Calculer la recette totale, la recette marginale et la recette moyenne du monopole. Calculer le coût marginal et le coût moyen. Déterminer l'équilibre du monopole. Calculer le profit du monopole à l'équilibre. Faire la représentation graphique ci-dessus pour le cas où  $a = b = 2c = 1$ .

On a

$$\begin{aligned} RT &= (a - bq)q \\ Rm &= a - 2bq \\ RM &= a - bq \\ Cm &= CM = c \end{aligned}$$

Les conditions du second ordre sont vérifiées, car  $Rm$  est décroissant et  $Cm$  est constant.

L'équilibre du monopole vérifie  $Rm = a - 2bq = c = Cm$ , ce qui donne  $q^0 = \frac{a-c}{2b}$ . Le prix d'équilibre du marché est alors  $p^0 = P(q^0) = a - b\frac{a-c}{2b} = \frac{a+c}{2}$ . Le profit du monopole est donc égal à  $\pi^0 = \frac{a+c}{2} \frac{a-c}{2b} - c \frac{a-c}{2b} = \left(\frac{a+c}{2} - c\right) \frac{a-c}{2b} = \frac{a-c}{4b}$ .  
 Pour le cas où  $a = b = 2c = 1$ , on obtient  $q^0 = 1/4$ ,  $p^0 = 3/4$  et  $\pi^0 = 1/8$ .

