

Examen de Modélisation microéconomique
Master 1, Ingénierie Economique
Session de janvier

2004-2005

ECONOMIE D'ECHANGE PURE

Conseil : l'exercice comporte des questions de cours, à traiter avec soin.

On considère une économie d'échange pur avec deux biens et deux consommateurs. Les utilités des consommateurs 1 et 2 sont respectivement :

$$\begin{aligned}U^1 &= (x_{11})^{1/3} (x_{12})^{2/3} \\U^2 &= \frac{2 \log x_{21}}{3} + \frac{\log x_{22}}{3}\end{aligned}$$

où x_{ik} désigne la consommation du consommateur i en bien k .

On suppose qu'une unité de chacun des biens est disponible dans l'économie.

PARTIE I : ETATS OPTIMAUX

- 1) Définir les notions d'état possible et d'état optimal au sens de Pareto.
- 2) Calculer les taux marginaux de substitution du bien 2 au bien 1 pour les deux consommateurs (notés TMS_{21}^i , pour le consommateur i).
- 3) Si l'état $(x_{11}^\circ, x_{12}^\circ, x_{21}^\circ, x_{22}^\circ)$ est un état optimal, quelle condition sur les taux marginaux de substitution vérifie-t-il ?
- 4) Déterminer l'ensemble des états optimaux au sens de Pareto. (vous résoudrez ici un système de 3 équations, pour exprimer x_{12} en fonction de x_{11})
- 5) Etudier le résultat obtenu à la question précédente (points particuliers, sens de variation et convexité/concavité), afin de faire la représentation graphique de cet ensemble dans la boîte d'Edgeworth.

PARTIE II : Equilibre des consommateurs

- 6) En notant p_1, p_2 les prix des biens 1 et 2 respectivement, et R_1, R_2 les revenus des consommateurs 1 et 2 respectivement, écrire les contraintes de budget et déterminer les fonctions de demande des deux consommateurs.

7) Rappeler les propriétés théoriques des fonctions de demande. Présenter graphiquement la décomposition des effets de substitution et de revenu.

8) Etudier les fonctions de demande des deux consommateurs dans l'esprit de la question précédente.

PARTIE III : EQUILIBRE GENERAL

On suppose pour la suite que, avant l'échange, chaque consommateur possède $1/2$ unité de chaque bien. On rappelle que, dans une économie d'échange pure, le revenu des consommateurs est donné par la valeur de sa dotation initiale.

9) Définir la notion d'équilibre de marché dans une économie d'échange pure.

10) Si l'état $(p_1^\circ, p_2^\circ, x_{11}^\circ, x_{12}^\circ, x_{21}^\circ, x_{22}^\circ)$ est un équilibre de marché, quelles conditions vérifie-t-il ? (vous écrirez ici un système de 6 équations)

11) Déterminer l'équilibre de marché de cette économie d'échange pur.

La solution de ce système lié est $p_1 = p_2$.

Contrôle continu de Modélisation microéconomique
Master 1, Ingénierie Economique
1ère épreuve

Exercice : Echange entre un consommateur et deux firmes.

On considère une économie dans laquelle il y a un consommateur et deux entreprises utilisant le travail de cet agent. La fonction d'utilité du consommateur est :

$$U = 2\sqrt{x_1x_2},$$

où x_1 et x_2 sont les quantités consommées de biens 1 et 2 respectivement. L'offre totale de travail fournie par le consommateur est inélastique et égale à L .

Les entreprises ont pour fonction de production respectives :

$$\begin{aligned}y_1 &= \sqrt{L_1}, \\y_2 &= 2\sqrt{L_2},\end{aligned}$$

L_1 et L_2 étant respectivement les quantités de travail offertes à l'entreprise 1 et à l'entreprise 2 par le consommateur.

On note w le prix du travail, p_1 et p_2 les prix des biens 1 et 2.

1) En notant R le revenu du consommateur, déterminer les fonctions de demande du consommateur pour les biens 1 et 2, notées $D_1(p_1, p_2, R)$ et $D_2(p_1, p_2, R)$ respectivement.

2) Déterminer la fonction d'offre d'output de l'entreprise 1, notée $O_1(p_1, p_2, w)$, et la fonction de demande de travail de l'entreprise 1, notée $F_1(p_1, p_2, w)$.

3) Même question pour l'entreprise 2, en notant $O_2(p_1, p_2, w)$ et $F_2(p_1, p_2, w)$ respectivement.

4) En supposant que $w = 1$, déterminer les prix d'équilibre sur les marchés des biens en fonction de R et w .

5) Déterminer alors le revenu R équilibre le marché du travail et induisant donc un équilibre *général* des marchés.

6) En notant $E^* = (p_1^*, p_2^*, x_1^*, x_2^*, y_1^*, y_2^*, L_1^*, L_2^*)$ cet équilibre général, montrer que E^* est un état optimal de l'économie.

Contrôle continu de Modélisation microéconomique
Master 1, Ingénierie Economique
2ème épreuve

2005-2006

Exercice 1 : On considère le marché du bien X . La demande du bien est :

$$P(x) = 2 - x$$

où x est la quantité totale offerte.

Les technologies des entreprises 1 et 2 sont données par leur fonction de coût :

$$\begin{aligned}C_1(x_1) &= x_1 + F \\C_2(x_2) &= (x_2)^2\end{aligned}$$

1) Si seule l'entreprise 1 offre le bien, déterminer l'équilibre du marché. Déterminer la valeur limite de F , au-dessus de laquelle le marché n'est pas servi.

2) Si les deux entreprises offrent le bien, déterminer l'équilibre du marché si les deux entreprises se livrent :

a) une concurrence en quantité : déterminer les fonctions de réaction ; en faire la représentation ; en déduire l'équilibre de Cournot ; donner les valeurs correspondantes ;

b) une concurrence en prix : déterminer les demandes adressées aux entreprises 1 et 2, en supposant que les biens sont parfaitement substituables et qu'en cas d'égalité des prix, chaque entreprise obtient la moitié du marché ; montrer que $p_1 = p_2 = 1$ est un équilibre, en supposant que $F = 0$.

Contrôle continu de Modélisation microéconomique
Master 1, Ingénierie Economique
1-ière épreuve

2006-2007

Questions de cours :

1) *Définir les notions suivantes :*

- a) Le taux marginal de substitution du bien 1 par le bien 2 ;
- b) Un équilibre d'une entreprise.

2) *Interpréter le théorème suivant :*

Second théorème de l'économie du bien-être (cas d'une économie d'échange pure) : Si E^0 est un état possible, s'il existe des prix $p_k \geq 0$ ($k = 1, 2, \dots, K$) tels que, pour tout $i = 1, 2, \dots, I$, x_i^0 maximise $U^i(x_i)$ sous la contrainte budgétaire $p \cdot x_i \leq p \cdot x_i^0$, alors E^0 est un état optimal au sens de Pareto (sous certaines conditions sur les ensembles de consommation et sur les préférences).

Exercice :

On considère une économie d'échange pure, composée de 2 consommateurs (indiqués $i = 1, 2$) et K biens (indiqués $k = 1, \dots, K$). Les dotations initiales de chaque bien sont $w_k = 1$ ($k = 1, \dots, K$). On note p_k les prix des biens ($k = 1, \dots, K$). Les fonctions d'utilité des consommateurs 1 et 2 sont respectivement :

$$\begin{aligned} U^1 &= \sum_{k=1}^K \ln(x_{1k}) \\ U^2 &= \sum_{k=1}^K a_k \ln(x_{2k}) \end{aligned}$$

avec : $\sum_{k=1}^K a_k = K$.

1) En notant R_1 et R_2 les revenus des consommateurs 1 et 2 respectivement, déterminer les fonctions de demande $d_{ik}(p, R_i)$ des consommateurs ($i = 1, 2$ et $k = 1, \dots, K$).

2) On se place dans le cas particulier où $K = 2$. Etudier, par le calcul et graphiquement, les effets revenus et substitution, pour le cas du consommateur 1, quand $R_1 = 2$ et quand les états initial et final sont $p_1 = p_2 = 1$ et $p_1 = p_2/4 = 1$ respectivement. Pour cela, on déterminera le revenu compensé R_1' du consommateur (rappel : le revenu compensé est, par définition, le revenu tel qu'à l'équilibre, le consommateur a la même utilité dans l'état final que dans l'état initial).

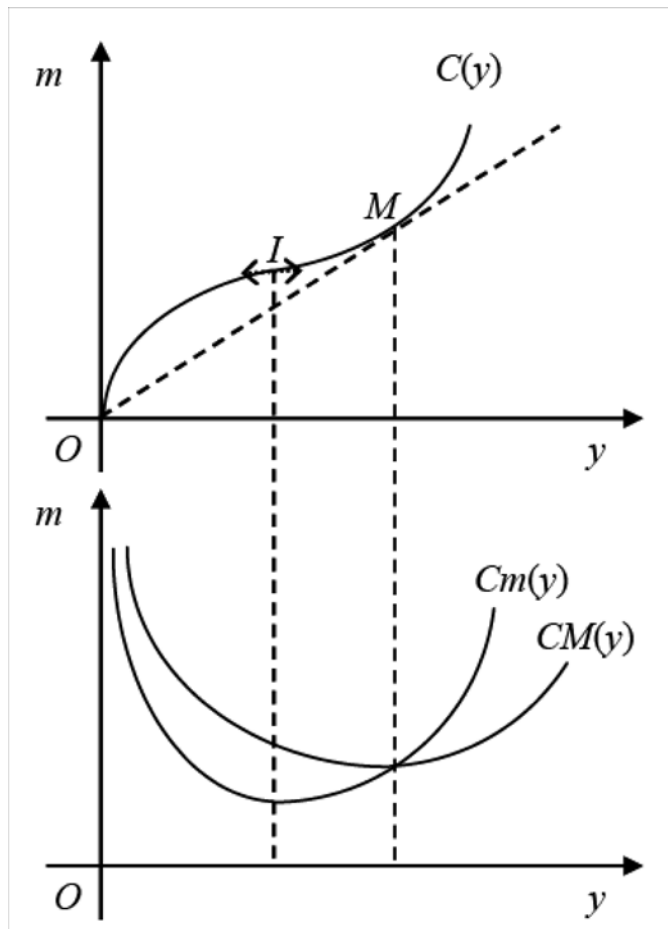
3) En revenant au cas général (K biens), on suppose qu'avant l'échange, chaque consommateur possède la moitié de la dotation initiale, soit $w_{ik} = 1/2$ ($i = 1, 2$ et $k = 1, \dots, K$). En prenant comme numéraire de l'économie le bien 1 (soit $p_1 = 1$), déterminer les prix d'équilibre du marché (le résultat exprime le prix p_k en fonction des coefficients a_1 et a_k , pour tout k). (On rappelle que, dans une économie de propriété privée, le revenu des consommateurs est donné par la valeur de leur dotation initiale sur le marché.)

Contrôle continu de Modélisation microéconomique
Master 1, Ingénierie Economique
2-ième épreuve

2006-2007

Questions de cours :

1) Commenter cette figure :



2) Définir :

- La recette totale du monopole ;
- Le surplus des consommateurs.

Exercice :

On considère le marché du bien 1, isolément du reste de l'économie, sur lequel interviennent 20 consommateurs et qui est approvisionné par une unique entreprise.

Les consommateurs peuvent être de deux types, un type 1 ayant une fonction d'utilité $U^1(m, x) = m + (1 - 5x)x$, et un type 2 ayant une fonction d'utilité $U^2(m, x) = m + (1 - 10x)x$, où m représente la consommation du numéraire et x la consommation du bien 1 par le consommateur.

L'entreprise est caractérisée par sa fonction de coût $C(y) = y/2$.

1) Etude de la demande des consommateurs de type 1 :

a) Montrer que la fonction de demande inverse d'un consommateur de type 1 a pour expression $p_1(x) = 1 - 10x$.

b) En déduire que la fonction de demande inverse agrégée des 10 consommateurs de type 1 s'écrit $P_1(x) = 1 - x$.

On admettra pour la suite que les fonctions de demande agrégée sont :

$$P_1(x) = 1 - x \text{ pour les 10 consommateurs de type 1 ;}$$

$$P_2(x) = 1 - x/2 \text{ pour les 10 consommateurs de type 2.}$$

2) Comportement du monopole non discriminant :

On suppose que le monopole est incapable de distinguer un consommateur de type 1 d'un consommateur de type 2. Il est donc contraint d'offrir un prix unique à tous les consommateurs. Vous devez déterminer l'équilibre du monopole dans ces circonstances.

a) Construire graphiquement la courbe de demande agrégée sur le marché unique (Rappeler le principe de cette construction).

b) En déduire l'expression de la fonction de demande inverse agrégée $P(x)$ des 20 consommateurs pris ensemble.

c) Calculer la recette totale RT , la recette marginale Rm , la recette moyenne RM , le coût marginal Cm et le coût moyen CM du monopole.

d) Faire la représentation graphique des résultats de la question précédente (Cf. le cours), en faisant apparaître l'équilibre p^0 et q^0 du marché monopolistique.

e) Déterminer, à l'équilibre du marché monopolistique, le prix p^0 du bien 1, la quantité q^0 du bien 1.

f) Calculer le surplus des consommateurs, le profit du monopole, le surplus social et la charge morte du monopole (perte de surplus social par rapport à l'équilibre de marché sous l'hypothèse de concurrence pure et parfaite). Faire apparaître ces informations sur une figure (En respectant les données de l'exercice : ce n'est pas une question de cours.)

3) Comportement du monopole discriminant :

On suppose maintenant que le monopole est capable de distinguer un consommateur de type 1 d'un consommateur de type 2 et de segmenter le marché

conformément. Vous devez déterminer l'équilibre du monopole dans ces circonstances.

a) Calculer la recette totale, RT_1 et RT_2 , et la recette marginale, Rm_1 et Rm_2 , sur le marché ouvert aux types 1 et sur le marché ouvert aux types 2.

b) Déterminer l'équilibre du monopole sur chaque marché (c'est-à-dire calculer p_1^0 et q_1^0 , le prix et la quantité d'équilibre sur le marché 1, p_2^0 et q_2^0 , le prix et la quantité d'équilibre sur le marché 2).

c) Représenter graphiquement ces résultats.

d) Conclure en comparant avec la question 2.