TD D’ECONOMIE PUBLIQUE ET DU CHOIX SOCIAL

TD 1 – LES BIENS PUBLICS

Dans les exercices 1 à 4, on considère une économie comportant un bien privé, un bien public, I consommateurs, indicés $i = 1, 2, \ldots, I$, et un producteur représentatif.
On note :

w_i = dotation initiale en bien privé du consommateur i ;
x_i = consommation du bien privé par le consommateur i ;
y = production du bien privé par le producteur ;
z = production du bien public par le producteur ;
$U^i(x_i, z) = \ln(x_i) + v_i \ln(z)$ = utilité du consommateur i ; $v_i > 0$;
$f(y, z) = y + z$ = fonction de transformation du producteur.

Exercice 1 : Etats optimaux.
On suppose ici qu’il y a deux consommateurs, c’est-à-dire que $I = 2$.
a) Calculer le taux marginal de substitution du bien privé au bien public du consommateur i.
b) Calculer le taux marginal de transformation du bien privé en bien public du producteur.
c) En supposant que $v_2 = w_1 = w_2 = 1$, déterminer l’ensemble des états optimaux de l’économie, en prenant x_1 comme paramètre. (Exprimer x_2, y et z en fonction de x_1).

Exercice 2 : Pseudo-équilibre général de Lindhal-Samuelson.
On suppose à nouveau que $I = 2$.
On note :

p_i = prix individualisé du bien public pour le consommateur i ;
p = prix du bien public pour le producteur.

a) Déterminer l’équilibre du consommateur i.
b) Déterminer l’équilibre du producteur.
c) Donner la définition d’un pseudo-équilibre de marché de Lindhal-Samuelson.
d) En déduire les relations caractéristiques d’un pseudo-équilibre de marché.
e) Déterminer le pseudo-équilibre de marché quand $v_2 = w_1 = w_2 = 1$.

Exercice 3 : Equilibre de souscription.
On suppose à nouveau que $I = 2$. Par ailleurs, on admet que le producteur offre n’importe quelle quantité du bien public à raison d’une unité de bien public contre une unité de bien privé. On note :

s_i = souscription du consommateur i ;
$S = s_1 + s_2$ = souscription totale.

a) Déterminer la souscription consentie par le consommateur 1 en fonction de la souscription du consommateur 2.
b) Déterminer l’équilibre du jeu de souscription.
c) Comparer avec l’état optimal.

Exercice 4 : Vote à la majorité simple.
On suppose que les consommateurs décident à la majorité simple la quantité à produire du bien public. Il est admis que chaque consommateur contribue à même hauteur au financement du bien public.
a) Déterminer le programme préféré z_i^* du candidat i. Montrer que z_i^* est croissant avec v_i.

b) Montre que z_i* croît avec n, v_i et w_i.
c) Montrer que l'utilité $U^i(w_i - z/n, z)$ du consommateur i est strictement concave.
d) Déterminer le programme élu, en fonction de la distribution des v_i et des w_i. (Utiliser le théorème de l'électeur médian.)

Exercice 5 : Mécanisme Vickrey-Clarke-Groves.
On suppose que les fonctions d'utilité des consommateurs s'écrivent :

$$U^i(x_i, z) = x_i + v_i \ln(z) = \text{utilité du consommateur } i \; ; v_i > 0 \; ;$$

Pour le reste, on garde les mêmes hypothèses que précédemment.

a) Déterminer l'état optimal de l'économie.

Supposons que le régulateur applique le mécanisme suivant :

- Il demande aux agents d'annoncer leur paramètre v_i. On note a_i la valeur annoncée, éventuellement différente de la vraie valeur ;
- Il détermine alors la quantité optimale du bien public, en considérant que les annonces sont sincères, et commande à l'entreprise de produire cette quantité ;
- Il fait payer à chaque consommateur une part égale du coût de production de cette quantité. Ainsi, si la quantité produite est z, chaque consommateur paye z/n.

Les questions suivantes ont pour but de mettre au point un mécanisme révélateur en stratégie dominante, c'est-à-dire incitant les consommateurs à annoncer honnêtement leur goût pour le bien public, quelles que soient les annonces des autres. On s'appuie pour cela sur la règle vue en cours, selon laquelle cette propriété est obtenue si l'on fait payer à chaque individu le coût de sa propre annonce pour les autres individus.

On notera ci-dessous $a_{\hat{i}}$ la somme des annonces des consommateurs différents de i :

$$a_{\hat{i}} = \Sigma_{j \neq i} \, a_j.$$

b) Calculer le coût de l'annonce a_i de i sur l'utilité de j, en comparant les deux états économiques suivants :

- le consommateur i annonce $a_i = 0$,
- le consommateur i annonce $a_i > 0$,

et en supposant que le régulateur applique dans chaque situation les règles ci-dessus.
c) Calculer le coût collectif de l'annonce a_i de i pour tous les autres consommateurs, noté C ci-dessous.
d) Montrer que si le régulateur fait payer à i le coût collectif de son annonce C, il a intérêt à annoncer honnêtement son paramètre v_i si les autres en font de même. Autrement dit, l'annonce $a_i = v_i$ maximise son utilité si $a_j = v_j$, pour tout $j \neq i$.