

## INTRODUCTION GENERALE

### 1) Représentation de l'économie

#### i) Les biens

Les biens sont indicés  $k = 1, \dots, n$ .

Chaque bien  $k$  renvoie à une description précise (nature, lieu, date, état du monde).

#### ii) Les consommateurs

Les consommateurs sont indicés  $i = 1, \dots, I$ .

Chaque consommateur  $i$  est défini par une dotation initiale et des préférences sur les paniers de biens.

On note :

$w_i = (w_{i1}, \dots, w_{in}) =$  dotation initiale de  $i$  ( $w_i \in (\mathbb{R}^+)^n$ ) ;

$x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in}) =$  panier de biens de  $i$  ( $x_i \in (\mathbb{R}^+)^n$ ) ;

$U^i(x_i) =$  fonction d'utilité représentant les préférences de  $i$ .

On pose les hypothèses :

(H1) :  $U^i$  est définie sur  $(\mathbb{R}^+)^n$  ;

(H2) :  $U^i$  vérifie l'axiome de non satiété : si  $x^1 > x^2$ , alors  $U^i(x^1) > U^i(x^2)$  ;

(H3) :  $U^i$  est différentiable jusqu'à l'ordre 2 et ses dérivées premières ne sont jamais toutes simultanément nulles ;

(H4) : les préférences sont convexes : si  $x^1$  et  $x^2$  sont tels que  $U^i(x^1) \geq U^i(x^2)$ , alors tout complexe de biens  $x$  appartenant au segment joignant  $x^1$  et  $x^2$  vérifie  $U^i(x) > U^i(x^2)$ .

#### iii) Les producteurs

Les producteurs sont indicés  $j = 1, \dots, J$ .

Chaque producteur  $j$  est défini par une technologie de production, donnant les plans de production possibles par  $j$ .

On note :

$y_j = (y_{j1}, \dots, y_{jn}) =$  plan de production de  $j$  ( $y_j \in \mathbb{R}^n$ ) ;

$f^j(y_j) =$  fonction de transformation représentant la technologie de  $j$ .

Un plan de production  $y_j$  est possible s'il vérifie la condition :

$$f^j(y_j) \leq 0.$$

Ses termes positifs représentent les outputs ; ses termes négatifs représentent les inputs.

On pose les hypothèses :

(H1) :  $f^j$  est différentiable jusqu'à l'ordre 2 et ses dérivées premières ne sont jamais toutes simultanément nulles ;

(H2) : la technologie est convexe : si  $y^1$  et  $y^2$  sont tels que  $f^j(y^1) \leq 0$  et  $f^j(y^2) \leq 0$ , alors tout complexe de biens  $y$  appartenant au segment joignant  $y^1$  et  $y^2$  vérifie  $f^j(y) \leq 0$ .

## 2) Equilibre d'une économie de marchés concurrentiels et de propriété privée

*Définitions :*

Une économie de marchés est une économie dans laquelle les plans des agents économiques se coordonnent au moyen d'un système de prix.

Les marchés sont dits concurrentiels quand les agents considèrent les prix comme donnés.

Une économie de propriété privée est une économie dans laquelle les consommateurs possèdent les biens disponibles initialement et des droits de propriété sur les entreprises de l'économie.

On note :

$p = (p_1, \dots, p_n)$  = système de prix ;

$\theta_{ij}$  = part du consommateur  $i$  dans les droits de propriété sur l'entreprise  $j$  ( $\sum_i \theta_{ij} = 1$ ) ;

$\pi_j = \sum_k p_k y_{jk}$  = profit de l'entreprise  $j$  ;

$R_i = \sum_i \theta_{ij} \pi_j + \sum_k p_k w_{ik}$  = revenu du consommateur  $i$ .

*Définition :*

Un équilibre de marché de l'économie de marchés concurrentiels et de propriété privée est la donnée d'un système de prix  $p^* = (p_1^*, \dots, p_n^*)$ , de quantités consommées par les consommateurs  $x^* = (x_1^*, \dots, x_I^*)$  et de quantités produites par les entreprises  $y^* = (y_1^*, \dots, y_J^*)$ , tels que, les agents considérant les prix comme donnés :

1) chaque consommateur  $i$  maximise son utilité  $U^i$  sous sa contrainte de budget  $\sum_k p_k^* x_{ik} \leq R_i$  s'il choisit  $x_i = x_i^*$  ;

2) chaque entreprise  $j$  maximise son profit  $\pi_j$  sous sa contrainte technologique  $f^j(y_j) \leq 0$  si elle choisit  $y_j = y_j^*$  ;

3) chaque marché  $k$  est équilibré :  $\sum_i x_{ik}^* = \sum_j y_{jk}^* + \sum_i w_{ik}^*$ .

*Propriété :* Tout équilibre de marchés vérifie les propriétés :

1) chaque consommateur  $i$  sature sa contrainte de budget et, pour tout bien  $k$  et  $k'$ , égalise le taux marginal de substitution du bien  $k$  au bien  $k'$ , au rapport  $p_{k'}/p_k$  des prix de ces biens :

$$\sum_k p_k^* x_{ik}^* = R_i \text{ et } \text{TMS}_{k,k'}^i = U_{k'}^i / U_k^i = p_{k'}/p_k ;$$

2) chaque entreprise  $j$  sature sa contrainte technologie et, pour tout bien  $k$  et  $k'$ , égalise le taux marginal de transformation du bien  $k$  en bien  $k'$ , au rapport  $p_{k'}/p_k$  des prix de ces biens :

$$f^j(y_j^*) = 0 \text{ et } TMT_{k,k'}^j = f_k^j/f_{k'}^j = p_{k'}/p_k.$$

### 3) Critères d'évaluation des états économiques

*Définition :*

Un état économique  $E$  est la donnée de quantités consommées par les consommateurs  $x = (x_1, \dots, x_I)$  et de quantités produites par les entreprises  $y = (y_1, \dots, y_J)$ . Il est dit possible s'il vérifie :

$$\begin{aligned} x_i &\in (\mathbb{R}^+)^n, \text{ pour tout } i, \\ f^j(y_j) &\leq 0, \text{ pour tout } j, \\ \text{et } \sum_i x_{ik} &\leq \sum_j y_{jk} + \sum_i w_{ik}, \text{ pour tout } k. \end{aligned}$$

#### i) Le critère de Pareto

Soient  $E^1$  et  $E^2$  deux états économiques.

On note :

$$\begin{aligned} u_i^m &= U^i(x_i^m) = \text{utilité du consommateur } i \text{ dans l'état } m ; \\ u^m &= (u_1^m, \dots, u_I^m) = \text{profil d'utilités des consommateurs dans l'état } m. \end{aligned}$$

*Définition :*

On dit que l'état  $E^1$  domine l'état  $E^2$  au sens de Pareto faible si tous les consommateurs préfèrent strictement  $E^1$  à  $E^2$  :

$$u_i^1 > u_i^2, \text{ pour tout } i.$$

On dit que l'état  $E^1$  domine l'état  $E^2$  au sens de Pareto fort si au moins un consommateur préfère strictement  $E^1$  et  $E^2$ , les autres étant au pire indifférents :

$$\text{Il existe } i \text{ tel que } u_i^1 > u_i^2 \text{ et } u_i^1 \geq u_i^2, \text{ pour tout } i.$$

*Définition :*

Un état économique  $E$  est dit optimal au sens de Pareto (au sens faible ou fort, respectivement) s'il est possible et s'il n'existe aucun autre état possible dominant  $E$  (au sens faible ou fort, respectivement). Dans le cas contraire, il est dit sous-optimal au sens de Pareto.

*Définition :*

L'ensemble des possibilités d'utilité de l'économie est l'ensemble des profils d'utilités générés par tous les états économiques possibles.

La figure 1 représente un tel ensemble pour le cas de deux consommateurs. (Dans une économie d'échange pure, il existe une application transformant la boîte d'Edgeworth en la figure 1.) Ce sont tous les points sous la frontière SS, dite frontière de Pareto.

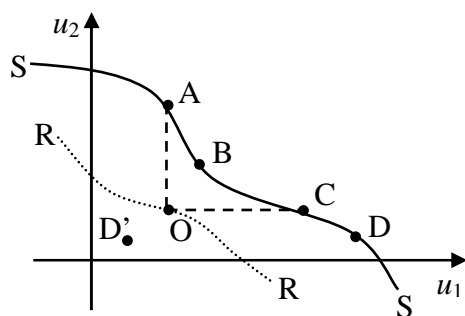


Figure 1. Ensemble des possibilités d'utilité (cas de deux consommateurs).

En application des définitions, on a, pour ce cas :

- B domine O au sens de Pareto faible ;
- A et C domine O au sens de Pareto fort, pas au sens de Pareto faible ;
- O et D ne sont pas comparables au sens de Pareto.

### ii) *Le principe de compensation*

Interprétons la figure 1 de la manière suivante.

On suppose que le gouvernement a le choix entre deux politiques, l'autarcie et le libre échange. A l'autarcie, l'ensemble des possibilités d'utilité est délimité par la frontière RR. L'ouverture des échanges élargit l'ensemble des possibilités d'utilité jusqu'à la frontière SS (gains de spécialisation).

Compte tenu des dotations initiales des deux consommateurs, l'état économique à l'autarcie est associé à O et l'état économique après ouverture des échanges est associé à D.

Par construction, une réallocation des biens disponibles dans chaque situation revient à parcourir les frontières correspondantes.

On peut être tenté par le raisonnement suivant. L'ouverture des échanges n'est pas justifiable directement au moyen du critère de Pareto (O et D ne sont pas comparables). Mais, supposons qu'on accompagne cette politique d'une réallocation des biens disponibles dans l'état D, de façon à rejoindre un état économique correspondant au point C de la figure 1, par exemple. C domine O au sens de Pareto (faible). Donc, l'ouverture des échanges est justifiable au sens de Pareto, à condition de corriger l'allocation finale des biens pour s'assurer que tous les agents gagnent à cette politique.

La difficulté est d'ordre pratique. Le passage de l'état D à C suppose qu'on soit capable de réallouer sans coût les biens disponibles. La politique redistributive devrait donc être organisée sur une base forfaitaire, ce qui n'est pas pensable. En réalité, elle nécessite de lever des taxes sur les biens, des impôts sur les revenus, etc., toutes mesures ayant des effets sur les prix des biens et sur les comportements individuels. Par conséquent, il n'est pas possible, au sens strict, de redistribuer les biens disponibles dans l'état D, pour atteindre l'état C ; si une telle politique était tentée en réalité, il est possible qu'elle conduise non pas à l'état C, mais à l'état D' du graphique.

*Définition* : Principes de compensation

L'état économique  $E^1$  domine l'état économique  $E^2$  au sens du critère de compensation de Kaldor, s'il existe une réallocation (potentielle) des biens disponibles dans l'état  $E^1$  permettant d'accéder à un état  $E^3$  dominant  $E^2$  au sens de Pareto.

L'état économique  $E^1$  domine l'état économique  $E^2$  au sens du critère de compensation de Hicks, s'il n'existe aucune réallocation (potentielle) des biens disponibles dans l'état  $E^2$  permettant d'accéder à un état  $E^3$  dominant  $E^1$  au sens de Pareto.

En application de ces définitions, les deux critères de compensation justifient l'ouverture aux échanges :

- il existe une réallocation potentielle (l'état associé au point C) des biens disponibles dans l'état D telle que l'utilité de tous les consommateurs s'améliore strictement par rapport à l'état O ;

- une réallocation potentielle des biens disponibles dans l'état O conduit à un point de la frontière de Pareto RR et aucun de ces points n'améliore strictement l'utilité de tous les consommateurs à la fois, par rapport à l'état D.

*Propriété* :

Les critères de compensation de Kaldor et de Hicks classent tout état optimal au sens de Pareto au-dessus de tout état sous-optimal au sens de Pareto.

*Critiques* :

1) les critères de compensation peuvent justifier des politiques très défavorables à un petit groupe de consommateurs, en faveur d'un grand groupe ;

2) les critères de compensation ordonnent les états économiques de manière incomplète : deux états économiques associés à des points sur la frontière de Pareto ne sont pas comparables ;

3) les critères de compensation conduisent parfois à des classements incohérents : sur la figure ci-dessous, on voit que A domine B au sens du critère de compensation de Kaldor, et que dans le même temps, B domine A au sens du même critère.

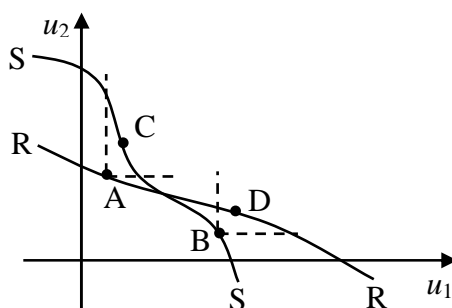


Figure 2. Incohérence du critère de compensation.

iii) *Définir une fonction de bien-être social*

Bergson (1938) et Samuelson (1947) donnent la définition suivante d'une fonction de bien-être social.

*Définitions :*

Une fonction de bien-être social est une fonction qui associe à tout état économique  $E$  un nombre d'autant plus grand que cet état est haut placé dans les préférences sociales :

$$W = W(x_1, \dots, x_I; y_1, \dots, y_J).$$

Elle est dite *welfariste* si elle peut s'écrire, pour tout  $E$  :

$$W = W(U^1, \dots, U^I),$$

autrement dit, si elle dépend de l'état économique  $E$ , uniquement au travers des préférences des consommateurs.

Définir une fonction de bien-être social du premier type ne pose pas de problème particulier ; c'est une simple généralisation de la notion de fonction d'utilité, appliquée à une échelle agrégée, pouvant être vue comme représentant les préférences du Planificateur de l'économie.

La définition d'une fonction de bien-être social *welfariste* est plus délicate, sachant l'acception donnée à la notion de fonction d'utilité depuis Robbins (1935).

Dans la théorie économique moderne, les préférences d'un consommateur  $i$  quelconque sont assimilées à un ordre (de préférence) sur les paniers de biens. A partir de celui-ci, une fonction d'utilité  $U^i$  est construite, en associant à chaque panier de biens, un nombre d'autant plus grand que le panier est élevé dans l'ordre des préférences. Elle délivre, sous une forme mathématiquement plus commode, exactement la même information que l'ordre de préférence de départ. En conséquence, toute fonction pouvant s'écrire  $f(U^i)$ , où  $f$  est une fonction strictement croissante quelconque, est aussi une fonction d'utilité du consommateur  $i$ . Une fonction d'utilité, ainsi construite, est dite ordinaire.

Considérons maintenant le problème, consistant à construire une fonction de bien-être social *welfariste*, en respectant les deux contraintes :

- les fonctions d'utilité des consommateurs sont ordinales,
- la fonction de bien-être social est cohérente, i.e. elle ordonne tout couple d'états économiques quelconques d'une façon invariable, peu importe les fonctions d'utilité choisies pour représenter les préférences des consommateurs.

*Proposition :* Kemp et Ng (1976) ; Park (1976)

Si une fonction de bien-être social vérifie les deux contraintes ci-dessus, elle est dictatoriale.

On peut illustrer ce résultat à l'aide d'un exemple. Il s'agit de répartir deux unités d'un bien entre deux consommateurs. On teste la cohérence de deux fonctions de bien-être social classiques :

$$W = U^1 + U^2 = \text{Fonction d'utilité sociale additive (Bentham)} ;$$

$$W = U^1 U^2 = \text{Fonction d'utilité sociale multiplicative (Nash)}.$$

Admettons que les fonctions d'utilité des consommateurs associent les nombres 0, 2 et 3, au fait de consommer 0, 1 et 2 unités du bien, respectivement. On obtient alors le tableau 1. Sous cette hypothèse, les deux fonctions de bien-être social classent l'état  $E^1$  (la répartition égale), au-dessus des deux autres états.

Etat	Conso. 1		Conso. 2		W	
	$x_1$	$U^1$	$x_2$	$U^2$	$U^1+U^2$	$U^1 U^2$
$E^0$	0	0	2	3	3	0
$E^1$	1	2	1	2	4	4
$E^2$	2	3	0	0	3	0

Tableau 1 : Fonction de bien-être social additive et multiplicative

En principe, l'utilité étant une notion ordinale, le classement social ne doit pas être modifié par une transformation croissante des fonctions d'utilité, comme par exemple :

$$U^{1'} = a U^1 + b, \text{ avec } a > 0 \text{ et } b \text{ quelconque.}$$

Pourtant, en prenant :

-  $a = 3$  et  $b = 0$ , le tableau 1 devient :

Etat	$U^{1'}$	$U^{1'}+U^2$
$E^0$	0	3
$E^1$	6	8
$E^2$	9	9

et l'état  $E^2$  est désormais classé en premier par la fonction de bien-être social additive ;

-  $a = 1$  et  $b = 5$ , le tableau 1 devient :

Etat	$U^{1'}$	$U^{1'} U^2$
$E^0$	5	15
$E^1$	7	14
$E^2$	8	0

et l'état  $E^0$  est désormais classé en premier par la fonction de bien-être social multiplicative.

#### 4) Les deux théorèmes de l'économie du bien-être

*Premier théorème de l'économie du bien-être :*

**Si**, pour un état économique  $E^*$  possible, il existe un système de prix  $p^*$  tel que, les dotations initiales des consommateurs étant définies par rapport à l'état  $E^*$  (c'est-à-dire de façon à ce que chaque consommateur dispose, au prix  $p^*$ , d'un budget juste suffisant pour se procurer sa consommation dans l'état  $E^*$ ),  $E^*$  et  $p^*$  forment un équilibre de marché, **alors** l'état économique  $E^*$  est un état optimal au sens de Pareto (si les préférences des agents vérifient les hypothèses H1 et H2).

*Second théorème de l'économie du bien-être :*

**Si** l'état économique  $E^0$  est un état optimal, si les préférences des consommateurs vérifient les hypothèses H1 à H4 et si les technologies des producteurs vérifient les hypothèses H1 et H2, **alors** il existe un système de prix  $p^0$  et des dotations initiales des consommateurs définies par rapport à l'état  $E^0$  (c'est-à-dire de façon à ce que chaque consommateur dispose, au prix  $p^0$ , d'un budget juste suffisant pour se procurer sa consommation dans l'état  $E^0$ ), tels que  $E^0$  et  $p^0$  forment un équilibre de marché.

## **5) Motifs d'intervention dans une économie de marchés concurrentiels et de propriété privée**

i) *Politique redistributive*

ii) *Les défaillances des marchés*

*Définition :*

On appelle *défaillance de marché* toute situation où le premier théorème de l'économie du bien-être ne s'applique pas, i.e. où un état économique obtenu comme équilibre de marché est sous-optimal au sens de Pareto.

La théorie économique répertorie quatre catégories de défaillances de marché :

- les effets externes ;
- les biens collectifs ;
- les monopoles naturels ;
- la concurrence imparfaite.