CHAPITRE IV

CHOIX DES INSTRUMENTS

1) Introduction

Dans ce chapitre, on utilise le modèle d'équilibre partiel pour tester la robustesse du résultat d'équivalence des instruments. A cette fin, on les compare en contexte d'incertitude, du point de vue de la distribution et de l'incitation à innover. On aboutit à plusieurs classements des instruments, par ordre de préférence du Planificateur.

Remarque : on garde dans ce chapitre la convention utilisée au chapitre III, pour repérer les instruments :

a) Norme uniforme de rejets,
b) Taxe pigouvienne,
c) Subvention de la dépollution,
d) Droits de polluer alloués gratuitement,
e) Droits de polluer mis aux enchères.

2) Décentralisation**

Dans cette section et la suivante, on s'appuie à nouveau sur l'exemple du chapitre précédent (cf. Chap. III, Sect. 5). La nouveauté vient de ce qu'on conçoit désormais que le Planificateur dispose d'une information incomplète, pour en tirer certaines conséquences sur ses choix pratiques.

Pour l'instant, on admet que le Planificateur sait tracer la figure ci-dessous (cf. Chap. III, Fig. 5). Plus précisément, il connaît les courbes *Dm*, Cm^{-} et Cm^{+}, et la fréquence *q* des entreprises de type –. Par contre, il ignore le type de telle ou telle entreprise particulière.

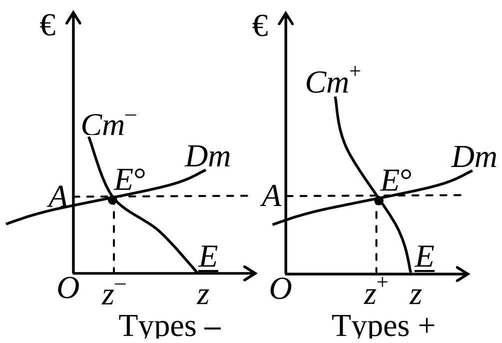


Figure 1.

Ces circonstances le mettent dans une position ambiguë.

D'un côté, disposant de la figure 1, il est en mesure de décrire en détail l'état optimal de l'économie. En particulier : il détermine les rejets z^{-} et z^{+} des types – et + respectivement ; de

la proportion des entreprises de chaque type, il déduit ensuite les rejets totaux $z° = J\,(q\,z^{-} + (1 - q)\,z^{+})$; il calcule aussi le coût des dommages de la pollution marginale *OA*.
De l'autre, parce qu'il ignore comment apparier les entreprises et les types, il est incapable, seul, de *décentraliser* l'état ainsi décrit. En effet, il ne peut dire, de telle entreprise *j*, prise au hasard dans la population des firmes (1, 2, …, *J*), si elle est de type – ou +. Par conséquent, il est pris au dépourvu au moment de répartir les rejets totaux.
On établit alors le résultat suivant.

Premier classement des instruments :

En cas d'information incomplète sur les types des entreprises, un système de normes de rejets individuels échoue à décentraliser l'état optimal *E°*, contrairement aux autres instruments. Donc, le classement des instruments, suivant l'ordre de préférence du Planificateur, est :

$$(a) < (b) \sim (c) \sim (d) \sim (e).$$

L'incapacité des normes individuelles de rejets à décentraliser l'état optimal est immédiate. Revenons à la figure 1. A l'optimum, les entreprises de type – rejettent z^{-}, les autres z^{+}. Sauf miracle, le Planificateur ne peut pas distribuer correctement les ordres correspondants, puisque par hypothèse, il méconnaît les technologies de chaque firme.
Par contre, la difficulté est contournée en utilisant les autres instruments. Pour le voir, il suffit de relire la démonstration de l'équivalence des instruments (cf. Chap. III, Sect. 5), où l'on voit que l'état optimal *E°* est rejoint spontanément, sans que le Planificateur ait besoin d'identifier les technologies individuelles. Son rôle se borne à fixer la valeur de l'instrument (selon le cas, le montant de la taxe, de la subvention, ou le nombre de coupons). Une fois ces grandeurs convenablement choisies, les agents s'y adaptent au mieux de leur intérêt, ce qui les conduit à l'état optimal. Ceci explique qu'on désigne souvent les instruments b) à e) comme des *instruments économiques*.

On peut généraliser ce résultat de la façon suivante :

Proposition d'efficacité statique des instruments économiques :

Quelle que soit l'information dont dispose le Planificateur, le coût total de dépollution est minimum s'il emploie un instrument économique.

En effet, pour tout instrument économique, les choix $z_j°$ des entreprises, pour maximiser leur profit, aboutissent à l'égalité :

$$Cm_1(z_1°) = Cm_2(z_2°) = \ldots = Cm_J(z_J°) = \lambda,$$

où λ est une constante égale, selon l'instrument, au taux de la taxe pigouvienne, au taux de la subvention ou au prix d'équilibre des coupons.

Or, on montre que cette égalité implique que les rejets $z_j°$ ($j = 1, 2, \ldots, J$) minimisent le coût total de dépollution (cf. Chap. III, Sect. 4) :

$$\Sigma_j \left(\int_{z_j}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right),$$

sous la contrainte $\Sigma_j\, z_j \leq \Sigma_j\, z_j°$. En effet, par construction, il existe un multiplicateur λ tel que les dérivées premières du lagrangien :

$$L = \Sigma_j \left(\int_{z_j}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right) + \lambda\, (\Sigma_j\, z_j - \Sigma_j\, z_j°),$$

par rapport à z_i s'annulent en $z_j°$:

$$-\, Cm_j(z_j°) + \lambda = 0 \text{ pour } j = 1, 2, \ldots, J.$$

Ces conditions sont suffisantes sous les hypothèses technologiques.

Ce résultat est l'occasion d'introduire la notion de *coût **social** de la dépollution marginale*, noté *Cm*, très utile pour la suite. C'est la quantité minimale du numéraire à laquelle l'économie doit renoncer pour limiter ses rejets d'une unité (infiniment petite), en supposant que la production totale est toujours maximale. Sous les hypothèses du modèle en équilibre partiel, on montre que :

$$Cm = [\Sigma_j\, (f_j')^{-1}]^{-1},$$

Cm est décroissant avec z,

$$\int_{z}^{\underline{z}} Cm(t)\, dt = \min_{\{z_j,\, j = 1, 2, \ldots, J\}} \left\{\Sigma_j \left(\int_{z_j}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right) ;\ \Sigma_j\, z_j \leq z\right\}.$$

La démonstration, fastidieuse en raison des notations lourdes, peut être passée. Pour relier *Cm* aux technologies des producteurs, notons $g_j = (f_j')^{-1}$ la fonction réciproque de $Cm_j = f_j'$, pour $j = 1, 2, \ldots, J$, et $g = \Sigma_j\, g_j$. Du fait que Cm_j est strictement décroissante et dérivable, g_j existe, est strictement décroissante et dérivable. Donc, $g = \Sigma_j\, g_j$ est strictement décroissante, dérivable et admet une fonction réciproque g^{-1}. On montre qu'elle vérifie, pour tout z :

$$C(z) = \int_{z}^{\underline{z}} g^{-1}(t)\, dt = \min_{\{z_j,\, j = 1, 2, \ldots, J\}} \left\{\Sigma_j \left(\int_{z_j}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right) ;\ \Sigma_j\, z_j \leq z\right\}.$$

Cette égalité est obtenue par changements de variables successifs. On a :

$$C(z) = \int_{z}^{\underline{z}} g^{-1}(t)\, dt = -\int_{0}^{\lambda} g^{-1}(g(t))\, g'(t)\, dt = -\int_{0}^{\lambda} t\, g'(t)\, dt,$$

en posant $z = g(\lambda)$ et sachant que $\underline{z} = \Sigma_j\, \underline{z}_j = \Sigma_j\, g_j(0) = g(0)$.

Sachant que, pour tout $j = 1, 2, \ldots, J$, $Cm_j(g_j(t)) = t$ et $g'(t) = \Sigma_j\, g_j'(t)$, on a :

$$C(z) = -\, \Sigma_j \left(\int_{0}^{\lambda} Cm_j(g_j(t))\, g_j'(t)\, dt\right) = \Sigma_j \left(\int_{g_j(\lambda)}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right).$$

Enfin, comme $Cm_j(g_j(\lambda)) = \lambda$ pour $j = 1, 2, \ldots, J$, et $\Sigma_j\, g_j(\lambda) = g(\lambda) = z$, le profil de rejets $z_j° = g_j(\lambda)$ ($j = 1, 2, \ldots, J$) vérifie la condition nécessaire et suffisante pour minimiser le coût total de dépollution sous la contrainte $\Sigma_j\, z_j \leq z$.

Du fait que g^{-1} est continue, le coût minimum de la dépollution totale $C(z)$ est dérivable par rapport à z, de dérivée $C'(z) = -\, g^{-1}(z)$. En d'autres termes, la réduction d'une unité infiniment petite des rejets totaux augmente le coût minimum de la dépollution totale de g^{-1} unités. C'est la définition du coût social de la dépollution marginale *Cm*.

La figure 2 ci-dessous illustre la procédure à suivre pour construire la courbe représentative de *Cm*, pour le cas où il y a deux producteurs, *j* et *j′*. Pour chaque valeur λ, on lit les quantités $z_j°$ et $z_{j'}°$, à l'intersection de la droite d'équation $y = \lambda$ avec Cm_j et $Cm_{j'}$. Le point $(z_j° + z_{j'}°, \lambda)$ appartient au graphe de *Cm*. En répétant l'opération pour toutes les valeurs de λ, on trace la courbe représentative du coût social de la dépollution marginale. Par ailleurs, du fait de la propriété mise en évidence ci-dessus, on sait que l'aire de la surface grisée, délimitée par l'axe des abscisses et la courbe *Cm*, entre les abscisses *z* et $\underline{z}$, mesure le coût total minimum de la dépollution de la quantité $\underline{z} - z$, à partir de l'équilibre de marché $\underline{E}$ (où les rejets totaux sont $\underline{z}$).

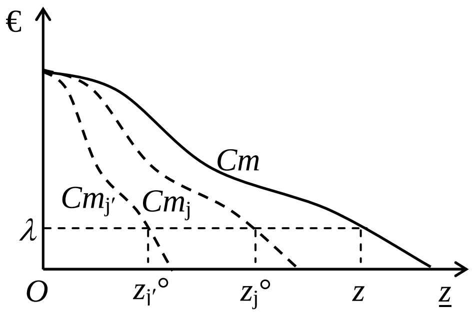


Figure 2.

3) Incertitude***
Nous remettons maintenant en question l'hypothèse suivant laquelle le Planificateur connaît *Dm* et peut construire *Cm* (dans l'exemple utilisé, à partir des données des technologies individuelles Cm^-, Cm^+ et de la fréquence *q*). Il est, par conséquent, contraint de décider une politique d'environnement, c'est-à-dire de sélectionner un instrument et d'en fixer la valeur, en étant incertain des goûts des individus et des technologies des entreprises.

i) *Préférences en incertitude*
Préalablement à toute réflexion, il faut spécifier le comportement du Planificateur, lorsqu'il est confronté à un risque. En l'état, il est indéterminé. En effet, souvenons-nous que ses préférences découlent de celles des individus, par l'intermédiaire des critères de Pareto ou de compensation. Or, aucune hypothèse posée jusqu'ici ne décrit les préférences des individus dans l'incertain ; du coup, celles du Planificateur sont elles-mêmes non définies.
Pour énoncer l'hypothèse communément admise concernant les préférences des individus confrontés à l'incertain, introduisons quelques notions nouvelles. On définit une *loterie* comme la donnée d'une liste d'états de l'économie E^m ($m = 1, 2, \ldots, M$) et d'une distribution de probabilité q_m sur ces états, avec $q_m \geq 0$ et $\Sigma_m q_m = 1$. On conçoit alors les préférences des individus dans l'incertain comme un classement des loteries possibles sur les états. A partir de quelques axiomes raisonnables (Von Neuman et Morgenstern, 1944), on peut montrer :

Hypothèses (supplémentaires) sur les préférences :
Soient deux loteries q_m et $q_m°$ sur les états E^m (m = 1, 2, …, M).
L'individu i (i = 1, 2, …, I) préfère la première à la seconde si et seulement si l'espérance d'utilité de la première est supérieure à l'espérance d'utilité de la seconde :

$$\Sigma_m q_m° u_i^m > \Sigma_m q_m u_i^m,$$

où $u_i^m = U^i(x_i^m, z^m)$ est l'utilité de i dans l'état m.

Une fois ceci admis, on suit les mêmes étapes qu'au chapitre III.
En premier lieu, on associe à chaque loterie un nombre W, appelé *surplus social espéré*, égal à :

$$W = \Sigma_m q_m W^m,$$

où W^m est le surplus social associé à l'état E^m :

$$W^m = \Sigma_i w_i + \Sigma_j f_j(z_j^m) - \Sigma_i d_i(\Sigma_j z_j^m) \text{ pour } m = 1, 2, \ldots, M.$$

En second lieu, on montre que, si une loterie génère un surplus social espéré égal à $W°$, les états accessibles depuis celle-ci, par une politique de redistribution (si nécessaire, contingente à l'état m), engendrent tous les profils d'utilités espérées ($u_1, u_2, \ldots, u_I$) tels que $\Sigma_i u_i \leq W°$.
En effet, soient une loterie q^m sur les états E^m (m = 1, 2, …, M), $W°$ le surplus social espéré associé à cette loterie, et ($u_1, u_2, \ldots, u_I$) un profil d'utilités espérées donné. On doit montrer que, si $\Sigma_i u_i \leq W°$, il existe une politique de redistribution, en chaque état m, telle que tous les individus i ont l'utilité espérée u_i, et réciproquement.
Pour tout profil d'utilités espérées ($u_1, u_2, \ldots, u_I$) tel que $\Sigma_i u_i \leq W°$, notons u_i^m l'utilité après redistribution de l'individu i dans l'état E^m et posons :

$$u_i^m = (W^m/W°)\, u_i \text{ pour } i = 1, 2, \ldots, I \text{ et } m = 1, 2, \ldots, M.$$

On a :

$$\Sigma_m q_m u_i^m = u_i \text{ pour } i = 1, 2, \ldots, I,$$

$$\Sigma_i u_i^m = W^m \Sigma_i u_i/W° \leq W^m \text{ pour } m = 1, 2, \ldots, M.$$

En d'autres termes, chaque individu a bien l'utilité espérée voulue u_i et la redistribution est possible en chaque état E^m (car $\Sigma_i u_i^m \leq W^m$, cf. Chap. III, sect. 3).
Réciproquement, si la redistribution est possible en chaque état E^m, on a $\Sigma_i u_i^m \leq W^m$ pour tout m = 1, 2, …, M. Donc, $\Sigma_i u_i = \Sigma_i \Sigma_m q_m u_i^m = \Sigma_m q_m \Sigma_i u_i^m \leq \Sigma_m q_m W^m = W°$.
En troisième lieu, on retrouve, comme corollaires, les propriétés normatives a) et b), et la propriété des préférences du Planificateur (cf. Chap. III sect. 3), qui s'énonce ici :

Propriété des préférences du Planificateur :
Quels que soient les loteries q_m et $q_m°$ sur les états E^m (m = 1, 2, …, M) et les surplus sociaux espérés associés W et $W°$, le Planificateur préfère $q_m°$ à q_m si $W° > W$, et réciproquement.

A nouveau, cette propriété justifie d'utiliser le surplus comme mesure de l'utilité du Planificateur.

ii) *Différenciation des instruments-prix et des instruments-quantité en incertitude*

Pour représenter l'incertitude dans laquelle est plongé le Planificateur, supposons qu'il dispose seulement, au moment de fixer définitivement la valeur de l'instrument qu'il choisit (le taux de la taxe, de la subvention ou le nombre de coupons), des informations suivantes :

- le coût social des dommages marginaux prend la valeur Dm^{-} avec la probabilité a et Dm^{+} avec la probabilité complémentaire $1 - a$,
- le coût social de la dépollution marginale prend la valeur Cm^{-} avec la probabilité b et Cm^{+} avec la probabilité complémentaire $1 - b$.

Sous ces hypothèses, l'économie connaît quatre états possibles : on a $M = 4$. On convient, pour la suite, des conventions suivantes :

- les occurrences (Dm^{-}, Cm^{-}), (Dm^{-}, Cm^{+}), (Dm^{+}, Cm^{-}) et (Dm^{+}, Cm^{+}) définissent respectivement les états $m = 1, 2, 3$ et 4,
- inversement, pour éviter toute confusion dans les notations, on note Dm^{m} et Cm^{m} respectivement, la valeur du coût social des dommages marginaux et du coût social de la dépollution marginale dans l'état m. On a donc : $Dm^1 = Dm^2 = Dm^{-}$, $Dm^3 = Dm^4 = Dm^{+}$, $Cm^1 = Cm^3 = Cm^{-}$ et $Cm^2 = Cm^4 = Cm^{+}$,
- les probabilités associées à chaque état sont $q_1 = a\, b$, $q_2 = a\,(1 - b)$, $q_3 = (1 - a)\, b$ et $q_4 = (1 - a)\,(1 - b)$.

Avec ces notations, le surplus social espéré s'exprime :

$$W = \Sigma_{\mathrm{m}}\, q_{\mathrm{m}}\, [\int_{z^{\mathrm{m}}}^{z} (Dm^{\mathrm{m}}(t) - Cm^{\mathrm{m}}(t))\, \mathrm{d}t], \tag{1}$$

où z^{m} désigne les rejets totaux dans l'état m.

En vertu de la propriété obtenue précédemment, le comportement du Planificateur dérive simplement de la maximisation de (1). S'il est en mesure d'envoyer aux agents, supposés informés, autant d'ordres contingents que d'états et de les leur faire respecter, l'incertitude ne pose aucun problème. En effet, il suffit, pour tout m, d'annoncer des objectifs z^{m}, vérifiant $Dm^{\mathrm{m}}(z^{\mathrm{m}}) = Cm^{\mathrm{m}}(z^{\mathrm{m}})$, pour que le surplus social soit toujours maximum.

Mais cette hypothèse est héroïque. Dans la réalité, une telle procédure serait trop coûteuse et le Planificateur doit se contenter de fixer la valeur de l'instrument une fois pour toutes, soit pour tout m. Alors, il faut distinguer, à la suite de Weitzman (1974), le cas où il emploie un instrument jouant sur les quantités, soit, ici, un marché de droits de polluer, de celui où il utilise un instrument jouant sur les prix, soit, ici, une taxe ou une subvention.

Avec le premier type d'instrument, il choisit directement l'objectif. Concrètement, il fixe l'offre de coupons, puis supervise le marché des droits de polluer, ajustant le prix en fonction des offres et des demandes, jusqu'à l'équilibre. Dans tous les cas, les rejets totaux des producteurs sont connus par avance, égaux à l'offre de coupons. Par contre, le prix d'équilibre varie avec l'état du monde.

Précisément, si z est l'offre de coupons aux entreprises, pour tout état m, les rejets totaux sont $z^m = z$ et le prix d'équilibre est $p_z{}^m = Cm^m(z)$. Alors, en substituant z à z^m, l'expression (1) devient :

$$W = \int_{z}^{z} (\underline{Dm}(t) - \underline{Cm}(t))\, dt,$$

en notant $\underline{Dm} = a\, Dm^- + (1 - a)\, Dm^+$, le coût social espéré des dommages de la pollution marginale et $\underline{Cm} = b\, Cm^- + (1 - b)\, Cm^+$, le coût social espéré de la dépollution marginale.

On montre directement qu'elle atteint son maximum si et seulement si le Planificateur distribue aux entreprises un nombre de coupons $z°$ vérifiant :

(2) $$\underline{Dm}(z°) = \underline{Cm}(z°).$$

Avec le second type d'instrument, le Planificateur fixe, par l'intermédiaire du taux de la taxe ou de la subvention, l'incitation à dépolluer. Ensuite, il perd le contrôle des quantités, puisqu'elles sont choisies librement par les producteurs : pour maximiser leur profit, chaque entreprise rejette des polluants jusqu'à l'égalisation de son coût de la dépollution marginale à la taxe ou la subvention. L'issue de l'intervention du Planificateur est donc symétrique de la précédente. Dans tous les cas, le coût social de la dépollution marginale est connu par avance. Par contre, les rejets totaux varient avec l'état du monde.

Pour aller plus loin, notons λ le niveau de la taxe ou de la subvention. Pour tout état m, du fait que les entreprises s'ajustent à l'incitation pour maximiser leur profit, les rejets totaux z^m vérifient $Cm^m(z^m) = \lambda$. Le Planificateur doit alors fixer l'incitation pour maximiser le surplus social espéré, donné par (1), sous la contrainte $Cm^m(z^m) = \lambda$, pour tout m. On montre alors que le taux de la taxe ou de la subvention $\lambda°$ maximise W si et seulement s'il vérifie :

(3) $$\lambda° = [\Sigma_m\, q_m\, Dm^m(z^m)\, (dz^m/d\lambda)]/[\Sigma_m\, q_m\, (dz^m/d\lambda)],$$

avec, pour tout $m = 1, 2, \ldots, 4$: z^m vérifie $Cm^m(z^m) = \lambda°$ et $dz^m/d\lambda$ est sa variation après une variation infiniment petite de $\lambda°$.

En effet, notons g^m la fonction réciproque de Cm^m (cf. Sect. 2). On a, pour tout état m, $z^m = g^m(\lambda)$ (car $Cm^m(g^m(\lambda)) = \lambda$). En substituant dans (1), on obtient :

$$W = \Sigma_m\, q_m\, [\int_{g^m(\lambda)}^{z} (Dm^m(t) - Cm^m(t))\, dt].$$

L'incitation $\lambda°$ maximise le surplus social espéré si et seulement si elle annule la dérivée de cette expression par rapport à λ :

$$- \Sigma_m\, q_m\, [(Dm^m(g^m(\lambda°)) - Cm^m(g^m(\lambda°)))\, (g^m)'(\lambda°)] = 0.$$

Sachant que $Cm^m(g^m(\lambda°)) = \lambda°$, on obtient la condition annoncée après quelques arrangements ([1]).

([1]) On trouve aussi ce résultat en posant le lagrangien de la maximisation de (1) sous les contraintes $Cm^m(z^m) = \lambda$, pour $m = 1, 2, 3$ et 4.

La condition (3) n’a pas d’interprétation intuitive. Pour une meilleure compréhension, considérons uniquement des couples Cm^{-} et Cm^{+}, tels que $Cm^{-}(z) = Cm^{+}(z + c)$, où c est une constante. Autrement dit, chaque courbe est identique à l’autre, à une translation parallèle à l’axe des abscisses près. Sous cette hypothèse, si g est la fonction réciproque de Cm^{-}, $g + c$ est la fonction réciproque de Cm^{+} et on a, pour tout état m, $(\mathrm{g}^{\mathrm{m}})' = g' = \mathrm{d}z^{\mathrm{m}}/\mathrm{d}\lambda$. En substituant dans la condition de maximisation et en simplifiant, on obtient plus simplement :

$$\lambda° = \Sigma_{\mathrm{m}}\, q_{\mathrm{m}}\, Dm^{\mathrm{m}}(\mathrm{z}^{\mathrm{m}}).$$

Littéralement, pour maximiser le surplus social espéré, le Planificateur doit fixer le montant de la taxe ou de la subvention, égal à l’espérance mathématique du coût des dommages de la pollution marginale, en anticipant la réaction des entreprises.

iii) *Comparaison des deux types d’instruments*

Considérons, pour commencer, la figure 3, qui transpose les hypothèses de la section ci-dessus, pour le cas particulier où $Cm^{-} = Cm^{+} = \underline{Cm}$ et $a = 1/2$. Dans ce cas, l’incertitude du Planificateur n’a trait qu’aux préférences des individus : Dm^{-} et Dm^{+} avec les probabilité 1/2 chacune. On note $E°$ le point d’intersection des courbes $\underline{Dm} = (Dm^{-} + Dm^{+})/2$ et $\underline{Cm}$ (pour le construire, on utilise le fait que $ME° = E°N$).

Il est évident, sous ces hypothèses, que le point $E°$ vérifie simultanément les conditions (2) et (3). En d’autres termes, quel que soit l’instrument qu’il emploie (un marché de droits de polluer, une taxe ou une subvention), le Planificateur vise, en moyenne, le même état $E°$. A l’aide de la figure, on montre que ce choix est de toute façon indifférent, dans la mesure où, en fin de compte, il en résulte toujours l’état $E°$.

En effet, s’il choisit un marché de droits de polluer, il distribue $z°$ coupons. Chaque entreprise offre ou demande des coupons jusqu’au point où son coût de la dépollution marginale égale le prix du marché. Il s’ensuit que le prix d’équilibre égale le coût social de la dépollution marginale, évalué pour la quantité $z°$, soit OA.

S’il lui préfère une taxe ou une subvention, il la fixe égale à OA. Chaque entreprise ramène ses rejets à un niveau tel que son coût de la dépollution marginale égale OA. Au total, les entreprises rejettent donc la quantité $z°$.

Puisque les deux types d’instruments produisent le même résultat, on n’a évidemment aucune raison d’en préférer un à l’autre ; ils restent équivalents. Pour autant, cela ne veut pas dire qu’on atteint un état optimal. Par exemple, si le vrai dommage est Dm^{-}, l’état optimal se situe à l’intersection de $\underline{Cm}$ et Dm^{-}. La perte associée à l’incertitude sur les dommages correspond à la surface S sur la figure 3. En effet, sur chaque unité infiniment petite de pollution retirée en trop par rapport à l’état optimal, la perte subie égale la différence entre $\underline{Cm}$ et Dm^{-}.

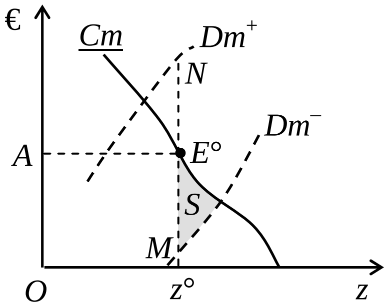


Figure 3.

La figure 4 reprend les hypothèses de la section précédente pour le cas où $Dm^{-} = Dm^{+} = \underline{Dm}$ et $b = 1/2$. Le Planificateur méconnaît donc les technologies de dépollution : Cm^{-} et Cm^{+} avec les probabilité 1/2 chacune. A nouveau, on note $E°$ le point d'intersection des courbes $\underline{Dm}$ et $\underline{Cm} = (Cm^{-} + Cm^{+})/2$ (pour le construire, on sait que $ME° = E°N$).
Puisque le point $E°$ vérifie la condition (2), il est la cible du Planificateur s'il emploie un marché de droits de polluer. On suit alors les mêmes étapes que ci-dessus pour démontrer que l'équilibre du marché aboutit au point M quand la technologie de dépollution est Cm^{-}, N quand la technologie de dépollution est Cm^{+}.
Si maintenant, le Planificateur opte pour une taxe ou une subvention, son point de référence, vérifiant (3), diffère, a priori, de $E°$. Malgré cela, supposons, comme approximation, le contraire. Sous cette hypothèse, il impose une taxe ou une subvention au taux OA et, après adaptation des entreprises à cette incitation, l'économie atteint le point M' quand la technologie de dépollution est Cm^{-}, N' quand la technologie de dépollution est Cm^{+}.

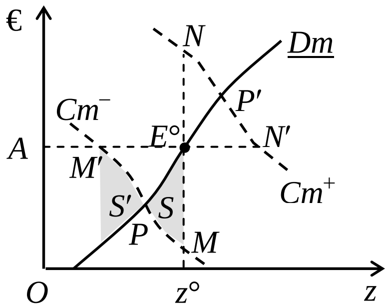


Figure 4.

On confirme ici, à la suite de la section précédente, que les deux types d'instruments, l'un jouant sur les quantités, l'autre sur les prix, cessent d'être équivalents. Mais on peut désormais en dire plus, en comparant les pertes afférentes.
Ainsi, supposons que la vraie technologie de dépollution soit Cm^{-}. L'état optimal est alors P, à l'intersection de Cm^{-} et $\underline{Dm}$. Or, le fait est qu'on s'en est éloigné, puisqu'on rejoint l'état M avec le marché de droits de polluer, M' avec la taxe ou la subvention. La perte imputable à l'incertitude est donc égale à l'aire de la surface grisée S dans le premier cas, S' dans le second. En partant de l'autre hypothèse (la vraie technologie est Cm^{+}), on obtiendrait, de la

même façon, deux autres mesures (avec l'état optimal P', l'équilibre de marché N et l'état résultant de l'application d'une taxe ou d'une subvention N').
Bien entendu, le Planificateur préfère l'instrument qui, en moyenne, induit la perte la plus faible (en pondérant par les probabilités de chaque événement). Il importe donc de déterminer quels facteurs interviennent dans le calcul des aires en question.
Pour préparer intuitivement le prochain résultat, revenons à la figure 4. La différence entre les aires des surfaces S et S' n'y est pas probante. Mais, envisageons une rotation de $\underline{Dm}$ autour du point $E°$. Ceci ne modifie pas la position des points M et M'. Par contre, le point P se déplace. Plus précisément, si la pente de $\underline{Dm}$ diminue (resp. augmente), il se rapproche de M' (resp. M) le long de la courbe MM' et le rapport S'/S diminue (resp. augmente). Considérons maintenant une rotation de Cm^- autour du point M'. Si la pente de Cm^- diminue (resp. augmente) en valeur absolue, les points P et M se rapprochent (resp. s'éloignent) de $E°$ et le rapport S'/S augmente (resp. diminue).

Au-delà de ces considérations évasives, on peut proposer une mesure approchée des pertes moyennes relatives des deux types d'instruments (Weitzman, 1974) :

Soient D la pente de $\underline{Dm}$ et C la valeur absolue de la pente de $\underline{Cm}$, évaluée en $E°$. Si on approxime :

- $\underline{Dm}$ par la droite de pente D passant par $E°$,

et

- Cm^- et Cm^+ par les droites décroissantes, de pente C en valeur absolue, passant par M et N respectivement,

alors, l'espérance mathématique du rapport de la perte imputable aux instruments jouant sur les prix sur celle imputable aux instruments jouant sur les quantités égale $(D/C)^2$.

La figure 5 détaille la partie de la figure 4 utile à notre démonstration. On y représente les approximations de Cm^- et $\underline{Dm}$. On définit $h = ME°$. On a $l = h/(C + D)$, $l' = h'/(C + D)$ et $h' = D\,(l + l')$. On en déduit que $C\,h' = D\,h$. Il vient alors :

$$S = l\,h/2 = h^2/2(C + D),$$
$$S' = l'\,h'/2 = (D/C)^2\,h^2/2(C + D) = (D/C)^2\,S.$$

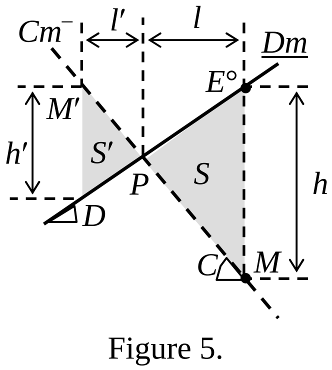


Figure 5.

On obtiendrait de même, pour Cm^+ et en notant T et T', les aires des surfaces correspondantes : $T = H^2/2(C + D)$ et $T' = (D/C)^2\, T$. On a donc la relation suivante entre les pertes espérées des deux types d'instruments (avec $b = 1/2$) :

$$(b\,S' + (1 - b)\,T') = (D/C)^2\,(b\,S + (1 - b)\,T),$$

ce qui prouve le résultat.

Remarque : on notera, au passage, que le résultat obtenu est général. Il reste vrai s'il y a incertitude sur les coûts des dommages de la pollution marginale ($Dm^- \neq Dm^+$) et quel que soit le nombre d'états possibles pour les coûts des dommages et de la dépollution marginaux.

Le deuxième classement des instruments ci-dessous résume les résultats obtenus dans cette section.

Deuxième classement des instruments :
S'il y a incertitude sur le coût social des dommages de la pollution marginale seulement, les instruments économiques sont équivalents. Le premier classement s'applique donc.
S'il y a incertitude sur le coût social de la dépollution marginale, les instruments économiques ne sont plus équivalents.
En utilisant la mesure approchée des pertes proposée ci-dessus, on conclut que les instruments jouant sur les prix sont préférables aux instruments jouant sur les quantités quand $D < C$, et inversement. Ils sont équivalents quand $D = C$.
On actualise donc le classement des instruments par ordre de préférence du Planificateur :

- si $D < C$: (a) < (d) ~ (e) < (b) ~ (c),
- si $D = C$: (a) < (b) ~ (c) ~ (d) ~ (e),
- si $D > C$: (a) < (d) ~ (e) et (b) ~ (c) < (d) ~ (e).

4) Impacts distributifs*
Afin d'examiner cet autre aspect des instruments, nous revenons à l'hypothèse d'information parfaite. Par conséquent, on admet à nouveau que le Planificateur détermine sans erreur l'état optimal visé et le décentralise sans peine, au moyen de l'un quelconque des instruments de son choix parmi a), b), c), d) et e).
Pour mieux saisir l'impact distributif de la politique d'environnement suivie, nous la décomposons en distinguant les effets directs et les transferts monétaires. Par ailleurs, nous nous plaçons directement à une échelle agrégée, pour faire ressortir uniquement les impacts moyens de chaque instrument.

i) *Coûts et avantages directs*
La première conséquence de la politique d'environnement est le passage de l'équilibre du marché $\underline{E}$ à l'état optimal $E°$. On utilise la figure 6 pour évaluer les coûts et les avantages correspondants.

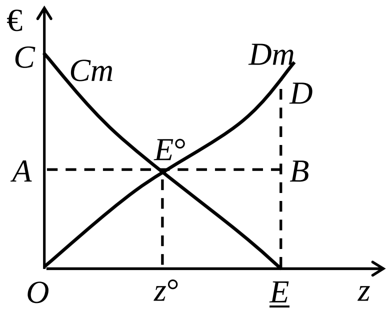


Figure 6.

Initialement, l'état de l'économie est l'équilibre du marché $\underline{E}$. A ce stade, le coût de la dépollution subi par les entreprises est nul et le coût des dommages subis par les consommateurs est mesuré par l'aire de $OD\underline{E}$. Après la politique d'environnement, l'état de l'économie est, par hypothèse, l'état optimal $E°$. Les entreprises subissent maintenant un coût de dépollution total égal à l'aire de $z°E°\underline{E}$ et le coût des dommages environnementaux résiduels, subi par les consommateurs, devient égal à l'aire de $OE°z°$. En superposant les aires avant et après, on s'aperçoit immédiatement que cette politique dégage un surplus social égal à l'aire de $\underline{E}E°D$.

On résume ces résultats dans le tableau ci-dessous des coûts subis par chaque catégorie d'agents :

Coûts (€)	Pollueurs	Pollués	Total
Situation initiale :	-	$OD\underline{E}$	$OD\underline{E}$
Situation finale :	$z°E°\underline{E}$	$OE°z°$	$OE°\underline{E}$
Solde ($E° – \underline{E}$) :	$z°E°\underline{E}$	$– z°E°D\underline{E}$	$– \underline{E}E°D$

Remarque : pour une meilleure compréhension, on a normalisé à 0, dans ce tableau, en l'état $\underline{E}$ pour les pollueurs et en l'état O pour les pollués. Par contre, en faisant le solde, le référentiel commun est $\underline{E}$.

ii) *Transferts monétaires*

Les impacts précédents sont indissociables du passage de l'état $\underline{E}$ à l'état $E°$. Autrement dit, ils sont subis par les agents économiques, peu importe quel instrument le Planificateur emploie. Ensuite, en fonction de l'instrument choisi pour décentraliser l'objectif $E°$, d'autres effets distributifs, liés à des transferts monétaires, s'ajoutent aux premiers. On obtient alors le tableau des transferts payés suivant :

Transferts dus (€)	Pollueurs	Pollués	Contribuables
(a)	-	-	-
(b)	$OAE°z°$	-	$– OAE°z°$
(c)	$– z°E°B\underline{E}$	-	$z°E°B\underline{E}$
(d)	-	-	-
(e)	$OAE°z°$	-	$– OAE°z°$

Justifions ces résultats. Si le Planificateur emploie un système de normes de rejets individuelles, il n'y a aucun transfert monétaire. S'il opte pour une taxe pigouvienne, les pollueurs payent *OA* sur chaque unité rejetée. Au total, la recette fiscale correspond à l'aire de *OAE°z°* sur la figure 6. Avec la subvention de la dépollution, le pollueur reçoit *OA* sur chaque unité dépolluée depuis l'équilibre du marché. La subvention totale correspond à l'aire de $z°E°B\underline{E}$. Si le Planificateur crée un marché de droits de polluer, il faut distinguer selon les mécanismes choisis pour distribuer les droits de polluer. Si la dotation initiale des coupons est allouée gratuitement aux producteurs, l'effet est, en moyenne, équivalent à la norme. En effet, les producteurs reçoivent collectivement la quantité *z°*. Si cette dotation est initialement mal répartie entre les pollueurs, au sens où il n'y a pas égalisation des coûts marginaux et où, par conséquent, il existe des opportunités d'échanges mutuellement avantageux, des transactions se produisent entre les pollueurs, mais les transferts monétaires se compensent. On peut concevoir aussi que la dotation initiale soit mise aux enchères. Alors, l'effet est, en moyenne, équivalent à la taxe pigouvienne. En effet, les producteurs anticipent le prix d'équilibre *OA* des droits de polluer et se portent acquéreur, à ce prix, de la quantité dont ils ont besoin. En fin de compte, ils versent donc une somme égale à l'aire de *OAE°z°* au Planificateur.

iii) *Classements sur le critère distributif*

On déduit des tableaux ci-dessus les trois classements suivants :

- Pollueurs : (b) ~ (e) < (a) ~ (d) < (c)
- Pollués : (a) ~ (b) ~ (c) ~ (d) ~ (e)
- Contribuables : (c) < (a) ~ (d) < (b) ~ (e)

L'interprétation de ces classements est délicate, car ils séparent les agents en trois catégories distinctes qui, en réalité, peuvent se recouper. On note toutefois que les pollueurs et les contribuables ont des préférences symétriques, et que les pollués sont indifférents au choix de l'instrument (on distingue ici les pollués et les contribuables, mais ils peuvent évidemment être les mêmes).

La spécification des préférences du Planificateur du chapitre II (cf. le critère de Pareto) et les compléments apportés depuis (cf. le surplus social et le critère de compensation) n'autorisent pas à donner le classement correspondant pour le Planificateur. Cela ne signifie pas, pour autant, qu'il n'a pas d'avis en la matière. Cela témoigne, plutôt, l'incapacité à construire une explication générale, tant sont divers et complexes les arguments qui y participent : les poids qu'il accorde à telle ou telle catégorie d'agents, que ce soit pour des raisons éthiques ou pratiques.

5) Innovations dans les technologies de dépollution**

i) *Innovation spécifique*

En nous inspirant de Milliman et Prince (1989), considérons une entreprise *j* quelconque. On admet qu'elle est très petite, de sorte que :

- le coût social des dommages de la pollution marginale *Dm*, égal à *OA* sur la figure 7, ne varie pas avec ses rejets,
- le coût social de la dépollution marginale ne dépend pas de sa technologie.

Initialement, la courbe de coût de la dépollution marginale de l'entreprise *j* est donnée par Cm^+. Le Planificateur le sait. Il applique alors une politique d'environnement décentralisant l'état optimal *B*, à l'intersection de Cm^+ et $Dm = OA$, où les rejets de l'entreprise *j* sont égaux à z^+. Il choisit pour cela l'un quelconque des instruments de la liste (a), (b), (c), (d) et (e) précédente (on suppose ci-dessous qu'il alloue z^+ coupons au producteur *j* s'il utilise (d)). Après l'innovation, la courbe de coût de la dépollution marginale de l'entreprise *j* se déplace en Cm^-. On admet que le Planificateur n'en a pas conscience. Par conséquent, les paramètres de la politique d'environnement ne changent pas après l'innovation.

Nous évaluons maintenant l'incitation à innover du pollueur, en fonction de l'instrument de la politique d'environnement utilisé. La méthode suivie est simple. On mesure d'abord les coûts supportés par l'entreprise avant et après l'innovation. En faisant la différence, on déduit l'avantage qu'elle retire à innover. On peut alors classer les instruments.

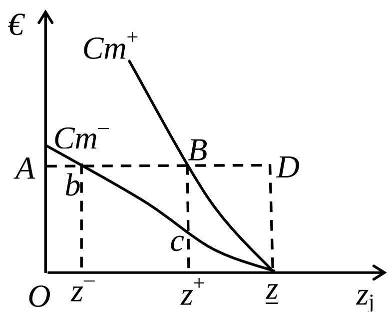


Figure 7.

Par les mêmes raisonnements qu'à la section précédente, on complète le tableau suivant des coûts supportés pas le producteur *j* (par rapport à l'état initial $\underline{z}$) :

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
<u>Situation initiale</u> :					
1) coût de dépollution	$z^+B\underline{z}$	$z^+B\underline{z}$	$z^+B\underline{z}$	$z^+B\underline{z}$	$z^+B\underline{z}$
2) transferts versés	-	$OABz^+$	-	-	$OABz^+$
3) transferts perçus	-	-	$z^+BD\underline{z}$	-	-
Solde : (1+2–3)	$z^+B\underline{z}$	$OAB\underline{z}$	$-\,\underline{z}BD$	$z^+B\underline{z}$	$OAB\underline{z}$
<u>Situation finale</u> :					
1') coût de dépollution	$z^+c\underline{z}$	$z^-b\underline{z}$	$z^-b\underline{z}$	$z^-b\underline{z}$	$z^-b\underline{z}$
2') transferts versés	-	$OAbz^-$	-	-	$OAbz^-$
3') transferts perçus	-	-	$z^-bD\underline{z}$	z^-bBz^+	-

Solde : (1'+2'–3')	$z^+c\underline{z}$	$OAb\underline{z}$	$-\underline{z}bD$	$z^+c\underline{z}-bBc$	$OAb\underline{z}$
<u>Incitation à innover</u> :	$\boldsymbol{-\underline{z}cB}$	$\boldsymbol{-\underline{z}bB}$	$\boldsymbol{-\underline{z}bB}$	$\boldsymbol{-\underline{z}bB}$	$\boldsymbol{-\underline{z}bB}$

Avant innovation, le pollueur rejette la quantité z^+. Si l'instrument est une norme, cet objectif lui est imposé ; sinon, chaque unité rejetée coûtant OA sous forme de taxe, de subvention ou de prix sur le marché des droits de polluer, le pollueur le respecte dans son intérêt. Dans tous les cas, le coût de la dépollution totale est donc égal à l'aire de $z^+B\underline{z}$. A cela s'ajoute un transfert versé égal à l'aire de $OABz^+$ avec la taxe et les droits de polluer mis au enchères, nul avec les droits alloués gratuitement (sous l'hypothèse d'une dotation gratuite égale à z^+) et un transfert reçu égal à l'aire de $z^+BD\underline{z}$ avec la subvention. On obtient ainsi la première partie du tableau.

Après l'innovation, le pollueur rejette la quantité z^+ avec la norme, contre z^- avec les autres instruments. En effet, par hypothèse, les paramètres de la politique d'environnement sont reconduits. Evidemment, le pollueur ne dépasse pas la norme si on ne lui demande pas. Par contre, son intérêt lui commande d'éliminer toutes les unités dont le coût de dépollution est inférieur à OA pour les autres instruments. Il s'ensuit que le coût de la dépollution total est $z^+c\underline{z}$ avec la première, contre $z^-b\underline{z}$ avec les autres. Par ailleurs, le pollueur paye un transfert correspondant à l'aire de $OAbz^-$ avec la taxe pigouvienne et les droits alloués aux enchères, obtient une recette égale à l'aire de z^-bBz^+ pour la vente des $(z^+ - z^-)$ coupons excédentaires compte tenu de sa dotation gratuite z^+ et reçoit $z^-bD\underline{z}$ avec la subvention. Ceci donne la seconde partie du tableau.

En ôtant les coûts avant innovation aux coûts après innovation, on évalue l'avantage que retire le producteur j de la nouvelle technologie. Il égale à l'aire de $\underline{z}cB$ avec la norme, de $\underline{z}bB$ avec les instruments économiques. Le pollueur produit la nouvelle technologie si son coût de recherche et de développement est inférieur au gain ainsi déterminé.

On tire une première conséquence de ce résultat. A nouveau, les instruments réglementaires et économiques donnent des résultats différents. Sachant que l'aire de $\underline{z}cB$ est inférieure à celle de $\underline{z}bB$, les instruments économiques stimulent plus fortement la recherche de technologies moins polluantes.

Corollairement, le Planificateur, par le choix de l'instrument de la politique d'environnement, influence la viabilité économique des technologies et, par conséquent, leur émergence. Ainsi, supposons que le coût de la recherche et du développement par j de la technologie moins polluant Cm^- soit compris entre l'aire de $\underline{z}cB$ et celle de $\underline{z}bB$. Si le Planificateur décentralise l'état optimal $E°$ en utilisant une norme, il condamne la technologie moins polluante. Au contraire, s'il emploie un instrument économique, elle est rentable et, à terme, le producteur j l'utilisera.

Ceci étant dit, il faut se garder de penser, sans autre justification, qu'un instrument est meilleur, sous prétexte qu'il encourage plus la recherche et le développement de technologies moins polluantes. Ce serait négliger les ressources consommées cette activité. En fait, et suivant en cela une démarche maintes fois justifiée, un instrument est meilleur, du point de

vue du Planificateur, s'il remplit mieux ses objectifs, dont le surplus social est un indicateur (cf. Chap. III, Sect. 3).
On peut utiliser la figure 7 pour évaluer la variation du surplus social suite à l'utilisation de la nouvelle technologie. Dans l'état initial *B*, le coût social des dommages imputables aux rejets de *j* est égal à l'aire $OABz^+$ et le coût de la dépollution est égal à l'aire de $z^+B\underline{z}$. L'introduction de la technologie moins polluante déplace l'état optimal en *b*, où les dommages dus à *j* coûtent l'aire de $OAbz^-$ et la dépollution jusqu'en z^- coûte l'aire de $z^-b\underline{z}$. La variation du surplus social égale donc l'aire de $OAB\underline{z} - Oab\underline{z} = \underline{z}bB$.
Ainsi, du point de vue du Planificateur, la technologie Cm^- n'est rentable que si son coût de recherche et de développement, en unités de numéraire, est inférieur à $\underline{z}bB$. Comme l'innovateur *j* suit spontanément cette stratégie, à la condition d'utiliser un instrument économique, le résultat suivant s'ensuit directement.

Proposition d'efficacité dynamique des instruments économiques :

Les producteurs recherchent et développent toutes les technologies moins polluantes socialement rentables (au sens où elles améliorent le surplus social), si et seulement si le Planificateur emploie un instrument économique.

ii) *Innovation commercialisable*

On poursuit l'analyse en s'intéressant à l'incitation à développer et breveter une technologie propre en vue de sa commercialisation. La même formalisation convient, à quelques détails près. On suppose qu'initialement, tous les pollueurs emploient la même technologie, représentée par Cm^+. On évalue le projet d'une entreprise du secteur de la recherche et du développement, de mettre au point et de breveter la nouvelle technologie associée à Cm^-. Pour simplifier, on admet que le brevet la protège indéfiniment et qu'aucune autre technologie de substitution n'existe. Alors, l'innovateur peut capter tout le surplus que les pollueurs retirent de l'adoption de la technologie. Ceci définit son incitation à innover.
Si l'entreprise pense que le Planificateur maintient pour toujours la même politique d'environnement, la valeur de son projet se déduit directement des résultats précédents ; il suffit de multiplier l'incitation à innover individuelle par le nombre de pollueurs pour obtenir la mesure désirée. On obtient alors la même conclusion que ci-dessus.
Mais cette hypothèse d'absence d'effet de cliquet n'est pas réaliste. D'une part, si la nouvelle technologie est adoptée à grande échelle, le Planificateur devrait s'en apercevoir. D'autre part, ceci aura pour conséquence une diminution du coût des dommages marginaux non négligeables, si bien que le Planificateur aura intérêt à la répercuter sur la politique d'environnement s'il veut atteindre un état optimal.
La figure 8 permet de tenir compte de ces ajustements. Ainsi, *OA* est le coût des dommages marginaux quand tous les pollueurs rejettent la quantité z^+, *Oa* est le coût des dommages marginaux quand tous les pollueurs rejettent la quantité z^-. Une fois que tous les pollueurs ont adopté la nouvelle technologie, le Planificateur vise donc l'état *b*. Selon le cas, il impose la

norme z^{-}, il fixe le taux de la taxe ou de la subvention à *Oa* ou il limite l'offre de droits de polluer à $J\,z^{-}$. Dans le cas où les droits de polluer sont alloués gratuitement, on supposera que le pollueur reçoit la dotation z^{+} avant l'introduction de la nouvelle technologie, z^{-} ensuite.

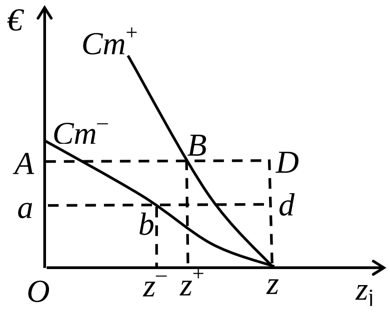


Figure 8.

En suivant les mêmes raisonnements que précédemment, on construit le tableau suivant des coûts supportés par le pollueur *j* (par rapport à l'état initial $\underline{z}$) :

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
Situation initiale :					
1) coût de dépollution	$z^{+}B\underline{z}$	$z^{+}B\underline{z}$	$z^{+}B\underline{z}$	$z^{+}B\underline{z}$	$z^{+}B\underline{z}$
2) transferts versés	-	$OABz^{+}$	-	-	$OABz^{+}$
3) transferts perçus	-	-	$z^{+}BD\underline{z}$	-	-
Solde : (1+2–3)	$z^{+}B\underline{z}$	$OAB\underline{z}$	$-\underline{z}BD$	$z^{+}B\underline{z}$	$OAB\underline{z}$
Situation finale :					
1') coût de dépollution	$z^{-}b\underline{z}$	$z^{-}b\underline{z}$	$z^{-}b\underline{z}$	$z^{-}b\underline{z}$	$z^{-}b\underline{z}$
2') transferts versés	-	$Oabz^{-}$	-	-	$Oabz^{-}$
3') transferts perçus	-	-	$z^{-}bd\underline{z}$	-	-
Solde : (1'+2'–3')	$z^{-}b\underline{z}$	$Oab\underline{z}$	$-\underline{z}bd$	$z^{-}b\underline{z}$	$Oab\underline{z}$
Incitation à innover :	**?**	$\boldsymbol{-aAB\underline{z}}$	**?**	**?**	$\boldsymbol{-aAB\underline{z}}$

Les résultats obtenus ne sont déterminants que pour la taxe pigouvienne et le marché de droits de polluer mis aux enchères. Dans tous les autres cas, l'incitation à innover est ambiguë.

6) Exercices

On considère, comme au chapitre III, les fonctions quadratiques suivantes :

$$U^{i}(x_i, z) = x_i - d_i\, z^2/2, \text{ pour tout } i = 1, 2, \ldots, I,$$

$$f_j(z_j) = z_j\,(b_j - c_j\, z_j/2), \text{ avec } z_j \le \underline{z}_j = b_j/c_j, \text{ pour tout } j = 1, 2, \ldots, J.$$

où tous les paramètres sont positifs.

i) *Outils de base*

Exercice 1 : Coût social de la dépollution globale

On note $z°$ l'objectif du Planificateur en matière de pollution (avec, par hypothèse, $z° \ge \Sigma_j\, b_j/c_j - b_j\, \Sigma_j\, (1/c_j)$, pour tout *j*, pour une solution intérieure).

a) Trouver la répartition de $z°$ entre les J producteurs, soit les quantités $z_j°$ ($j = 1, 2, \ldots, J$) telles que $\Sigma_j z_j° = z°$, qui minimise le coût social de la dépollution totale.
b) Expliciter le coût social de la dépollution totale minimum pour tout objectif z.
c) En déduire l'expression du coût social de la dépollution marginale.

Corrigé :
a) On utilise l'équation (1) du chapitre III comme définition du coût social de la dépollution totale pour tout état z_j ($j = 1, 2, \ldots, J$) :

$$\Sigma_j \left(\int_{z_j}^{\underline{z}_j} Cm_j(t)\, dt\right),$$

où $\underline{z}_j$ vérifie $Cm_j(\underline{z}_j) = 0$ pour tout j. Avec $Cm_j = b_j - c_j z_j$, on a $\underline{z}_j = b_j/c_j$ pour tout j et le coût total s'écrit, après intégration et simplification, s'écrit :

$$\Sigma_j (\Sigma_j b_j^2/2c_j - z_j (b_j - c_j z_j/2))$$

La répartition $z_j°$ ($j = 1, 2, \ldots, J$) minimise cette expression sous la contrainte $\Sigma_j z_j = z°$ s'il existe un multiplicateur λ tels que les dérivées premières du lagrangien :

$$L = \Sigma_j (\Sigma_j b_j^2/2c_j - z_j (b_j - c_j z_j/2)) + \lambda (\Sigma_j z_j - z°),$$

par rapport à z_j, s'annulent en $z_1°, z_2°, \ldots, z_J$:

$$- b_j + c_j z_j° + \lambda = 0, \text{ pour } j = 1, 2, \ldots, J.$$

En divisant par $- c_j$ et faisant la somme des J conditions ainsi obtenues, il vient l'égalité (sachant $\Sigma_j z_j° = z°$) :

$$\underline{z} - z° - \lambda/C = 0,$$

avec $1/C = \Sigma_j (1/c_j)$ et $\underline{z} = \Sigma_j b_j/c_j$. On en déduit la valeur du multiplicateur telle que la liaison est satisfaite :

$$\lambda° = C (\underline{z} - z°).$$

En substituant dans les conditions d'optimalité de départ, on obtient finalement :

$$z_j° = (b_j - C (\underline{z} - z°))/c_j, \text{ pour } j = 1, 2, \ldots, J.$$

b) Posons :

$$\mathrm{C}(z) = \min \{\Sigma_j ((b_j)^2/2\, c_j - z_j (b_j - c_j z_j/2))\ ;\ \Sigma_j z_j \leq z\}.$$

On a vu à la question précédente qu'il est minimum, pour tout z, si le producteur j rejette la quantité $(b_j - C (\underline{z} - z))/c_j$, pour $j = 1, 2, \ldots, J$. En substituant dans l'expression précédente, on trouve :

$$\begin{aligned}\mathrm{C}(z) &= \Sigma_j ((b_j)^2/2\, c_j - (b_j - C (\underline{z} - z)) (b_j + C (\underline{z} - z))/2\, c_j) \\ &= \Sigma_j ((b_j)^2/2\, c_j - ((b_j)^2 - C^2 (\underline{z} - z)^2)/2\, c_j) \\ &= C (\underline{z} - z)^2/2.\end{aligned}$$

c) Par définition, le coût social de la dépollution marginale Cm est l'accroissement de $\mathrm{C}(z)$ pour une diminution de z d'une unité (infiniment petite). On a donc :

$$Cm = - \mathrm{C}'(z) = C (\underline{z} - z).$$

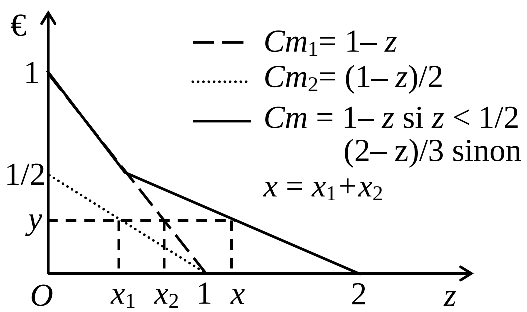
Exercice 2 : Coût social de la dépollution globale
Pour une solution intérieure, trouver l'expression de Cm en utilisant le système suivant :

$$Cm = Cm_1 = Cm_2 = \ldots = Cm_J \text{ et } z = z_1 + z_2 + \ldots + z_J.$$

Corrigé :
Pour une solution intérieure, on a : $Cm = b_j - c_j z_j$, pour tout j. On en déduit : $z_j = (b_j - Cm)/c_j$, pour tout j. En sommant, il vient : $z = \Sigma_j z_j = \Sigma_j (b_j/c_j) - Cm\, \Sigma_j (1/c_j)$. On trouve donc : $Cm = C (\underline{z} - z)$, en posant $1/C = \Sigma_j (1/c_j)$ et $\underline{z} = \Sigma_j b_j/c_j$.

Exercice 3 : Coût social de la dépollution globale
On considère la restriction à deux producteurs ($J = 2$), avec $b_1 = c_1 = 2\, b_2 = 2\, c_2 = 1$.
a) Construire la représentation graphique de Cm (cf. Sect. 2, Fig. 2).
b) En déduire l'expression de Cm.
c) Expliciter l'aire de la surface sous la courbe Cm comprise entre les abscisses x donnée et 2.
d) Faire le lien avec les résultats de l'exercice précédent.

Corrigé :
a) On s'inspire de la figure 2. Sur un même graphique, on représente Cm_1 et Cm_2. On construit Cm en faisant l'addition horizontale des droites précédentes : pour tout ordonnée y, on relève les abscisses x_1 et x_2 elles que les points (x_1, y) et (x_2, y) appartiennent respectivement aux graphes de Cm_1 et Cm_2 ; on place ensuite le point (x, y), avec $x = x_1 + x_2$.



b) On note que le graphe de Cm se confond avec Cm_1 pour z entre 0 et 1/2. Ensuite, il est une droite décroissante passant par les points (1/2, 1/2) et (2, 0). Pour z entre 1/2 et 2, on a $Cm = b - c\, z$, les paramètres b et c étant solutions du système linéaire :

$$b - c/2 = 1/2$$

$$b - 2\, c = 0$$

On obtient $b = 2/3$ et $c = 1/3$. On a donc $Cm = (2 - z)/3$.
c) Supposons pour simplifier que l'abscisse x considéré est comprise entre 1/2 et 2. L'aire du triangle sous le graphe de Cm entre les abscisses x et 2 est égale à $(2 - x)\, y/2 = (2 - x)^2/3$, sachant que le point (x, y) vérifie l'équation de la droite.
d) A l'exercice précédent, on a montré que le coût social de la dépollution totale est $\mathrm{C}(z) = C (\underline{z} - z)^2/2$ et le coût social de la dépollution marginale est $Cm = -\mathrm{C}'(z) = C (\underline{z} - z)$, où $1/C = \Sigma_j (1/c_j)$ et $\underline{z} = \Sigma_j b_j/c_j$. En appliquant ces formules au cas présent, on trouve $\mathrm{C}(z) = (2 - z)^2/6$ et $Cm = (2 - z)/3$. Ceci confirme les résultats des questions b) et c).

ii) *Instruments économiques*

Exercice 3 :

On considère la restriction à deux producteurs ($J = 2$). Le Planificateur sait par ailleurs qu'il y a deux états du monde possible $m = 1, 2$: $b_1 = c_1 = 2$ $b_2 = 2$ $c_2 = 1$ ($m = 1$) ou 2 $b_1 = 2$ $c_1 = b_2 = c_2 = 1$ ($m = 2$). On suppose que le Planificateur vise l'objectif $z°$ en matière de pollution.

a) Vérifier que, quel que soit l'état du monde, le coût social de la dépollution marginal Cm est le même.

b) En déduire que le Planificateur atteint sans faute l'objectif $z°$, peu importe quel instrument il emploie.

c) Quel est le coût social de la dépollution totale si l'instrument choisi est : une norme individuelle uniforme $z°/2$? une taxe unitaire sur les rejets ? un marché de droits de polluer ?

Corrigé :

a) On a vu à l'exercice 1 que $Cm = (b_1/c_1 + b_2/c_2 - z)/(1/c_1 + 1/c_2)$. On a donc $Cm = (2 - z)/3$ pour $m = 1, 2$.

b) Si le Planificateur emploie une norme uniforme ou un marché de droits de polluer, sa capacité à atteindre l'objectif $z°$ ne fait aucun doute, puisqu'il fixe directement la quantité.

Avec une taxe unitaire sur les rejets, le résultat est moins direct, étant donné que le Planificateur décide d'abord le montant de la taxe, puis laisse les producteurs libres de choisir leurs rejets. Dans cet exercice, comme il n'y a en fait aucune incertitude agrégée, ceci ne réduit en rien la capacité du Planificateur à atteindre $z°$ au moyen d'une taxe.

En effet, supposons que le Planificateur fixe le montant de la taxe égal au coût social de la dépollution marginale, évalué en $z°$: $\lambda° = Cm(z°) = (2 - z°)/3$. On sait que, confronté à la taxe $\lambda°$, chaque producteur j rejette, pour maximiser son profit, une quantité $z_j°$ telle que $Cm_j = b_j - c_j z_j° = \lambda°$, pour $j = 1, 2$. On a donc $z_j° = (b_j - 2/3 + z°/3)/c_j$, pour $j = 1, 2$. On en déduit que :

- dans l'état $m = 1$: $z_1° = (1/3 + z°/3)$, $z_2° = (- 1/3 + 2 z°/3)$ et $z_1° + z_2° = z°$;
- dans l'état $m = 2$: $z_1° = (- 1/3 + 2 z°/3)$, $z_1° = (1/3 + z°/3)$ et $z_1° + z_2° = z°$.

c) Le coût social de dépollution totale est donné par :

$$\Sigma_j ((b_j)^2/ c_j - z_j (b_j - c_j z_j/2)).$$

Considérons d'abord une norme uniforme. On pose $z_1 = z_2 = z°/2$. En remplaçant dans l'expression ci-dessus, on montre que le coût social de la dépollution totale est égal à $(3 - z°/2 (3 - 3 z°/4))/2$, quel que soit l'état $m = 1, 2$.

Supposons maintenant que le Planificateur emploie une taxe ou un marché. On a montré à la question précédente que le montant de la taxe est $\lambda° = (2 - z°)/3$ pour atteindre l'objectif $z°$. Réciproquement, le prix d'équilibre du marché est $\lambda° = (2 - z°)/3$ si le Planificateur distribue $z°$ coupons. Dans les deux cas, les producteurs rejettent la quantité $z_j° = (b_j - 2/3 + z°/3)/c_j$, pour $j = 1, 2$, pour maximiser leur profit. En remplaçant dans l'expression du coût social, on montre que le coût social de la dépollution totale est $(2 - z°)^2/3$.

iv) *Incertitude*

Exercice 4 :

On suppose qu'il y a un seul consommateur, un seul producteur et deux états du monde possibles (I = 1, J = 1 et M = 2). Le Planificateur sait que chaque état survient avec une probabilité 1/2 et que les paramètres prennent les valeurs $d_1 = b_1 = c_1 = 1$ dans l'état $m = 1$ ou $d_1 = 2$ $b_1 = c_1 = 1$ dans l'état $m = 2$.

a) Déterminer le nombre de coupons $z°$ qui maximise l'espérance de surplus.

b) Trouver la taxe $\lambda°$ qui maximise l'espérance de surplus sous l'hypothèse suivant laquelle le producteur connaît b_1 et c_1 pour tout m et maximise son profit.

c) Comparer les deux objectifs et le surplus espéré.

d) Retrouver graphiquement les résultats précédents.

Corrigé :

a) Dans le cas particulier où il y a un seul consommateur et un seul producteur, le surplus social a pour expression (cf. Chap. III, Sect. 4 et Ex. 7) :

$$d_1 ((b_1/c_1)^2 - z_1^2)/2 - (b_1^2/2c_1 - z_1 (b_1 - c_1 z_1/2)).$$

On a donc, en notant W^m le surplus social dans l'état m et $W = q_1 W^1 + q_2 W^2$ l'espérance du surplus social :

$$W^1 = (1 - z_1) z_1,$$
$$W^2 = (1/2 - z_1) z_1,$$
$$W = (3/4 - z_1) z_1.$$

La quantité $z°$ maximise le surplus espéré si et seulement si elle annule la dérivée de W par rapport à z_1 :

$$3/4 - 2 z_1° = 0, \text{ soit } z_1° = 3/8.$$

b) Soit λ la taxe pratiquée par le Planificateur. Si le producteur connaît sa technologie et maximise son profit, il rejette la quantité z_1 telle que son coût de la dépollution marginale est égale à la taxe, quel que soit l'état du monde :

- dans l'état $m = 1$, on a : $1 - z_1 = \lambda$, soit $z_1 = 1 - \lambda$,
- dans l'état $m = 2$, on a : $1/2 - z_1 = \lambda$, soit $z_1 = 1/2 - \lambda$.

Le Planificateur peut prévoir cette réponse du producteur à la taxe. En introduisant dans l'expression du surplus, on obtient :

$$W^1 = (1 - \lambda) \lambda,$$
$$W^2 = (1/2 - \lambda) \lambda,$$
$$W = (3/4 - \lambda) \lambda.$$

La taxe $\lambda°$ maximise le surplus (sous l'hypothèse selon laquelle le producteur maximise son profit sachant sa technologie) si et seulement si elle vérifie la condition :

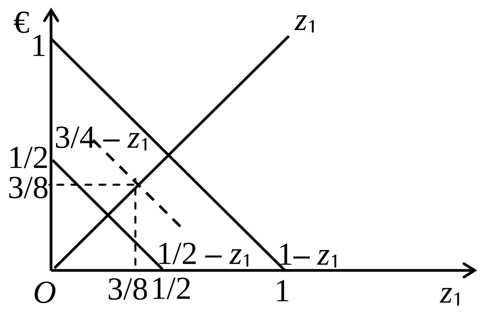
$$3/4 - 2 \lambda° = 0, \text{ soit } \lambda° = 3/8.$$

c) On peut résumer les résultats sous la forme d'un tableau :

	Coupons			Taxe		
	Rejets	Coût marg.	Surplus	Rejets	Coût marg.	Surplus

m = 1	3/8	5/8	15/64	5/8	3/8	15/64
m = 2	3/8	1/8	3/64	1/8	3/8	3/64

d) Sur une figure, on représente Dm_1, Cm_1 dans l'état $m = 1$ et $m = 2$, et l'espérance du coût de la dépollution marginale Cm. Leur expression est respectivement z_1, $1 - z_1$, $1/2 - z_1$ et $3/2 - z_1$.

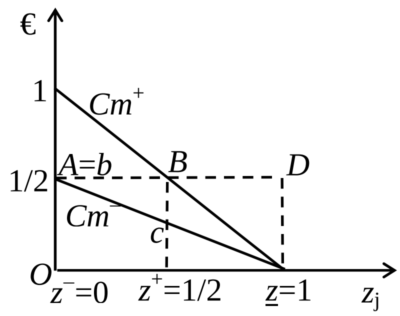


iv) *Innovation*

Exercice 5 : Reproduire la figure 7 et le tableau correspondant pour le cas où $Dm = 1/2$, $Cm^{-} = (1 - z_j)/2$ et $Cm^{+} = 1 - z_j$.

Corrigé :

Pour le cas considéré ici, la figure 7 a la forme :



On a les résultats :

Surfaces	Aires
$z^{+}B\underline{z}$	1/8
$z^{+}c\underline{z}$	1/16
$z^{-}b\underline{z}$	1/4
$OABz^{+}$	1/4
$OAbz^{-}$	0
$z^{-}bD\underline{z}$	1/2
$z^{+}BD\underline{z}$	1/4